

UPORABA METODE KONČNIH ELEMENTOV V GEOTEHNIKI

USE OF THE FINITE ELEMENT METHOD IN GEOTECHNICAL ENGINEERING

BOJAN MAJES, docent, Katedra za mehaniko tal z laboratorijem, FAGG

POVZETEK: V prispevku so prikazane teoretične osnove za analizo napetostno deformacijskih stanj v temeljnih tleh z metodo končnih elementov. Nakazane so možnosti upoštevanja različnih konstitucijskih zakonov, ki v določenih primerih najboljše popisujejo obnašanje zemljine. Predstavljeni so razviti računalniški programi na FAGG, njihova zmogljivost in uporabnost pri reševanju različnih geotehničnih problemov in nekaj rezultatov numeričnih analiz za primere, kjer je možno rezultate numeričnih analiz po metodi končnih elementov primerjati z izmerki na terenu odnosno s teoretičnimi analitičnimi rešitvami.

SUMMARY: The paper presents the theoretical solutions for the finite element analysis of stress and strain states in the subsoil. The possibilities of taking into account different constitutive laws which in specific cases enable the best modeling of soil behaviour are shown. The computer programs developed at the Faculty for civil engineering and surveying are described in terms of capability to treat different geotechnical problems. Some of the results of the performed numerical analyses are presented and compared to the available in situ measurements or to the analytical solutions.

UVOD

V vsakdanji praksi se geomehanik srečuje z dvema problemoma; z napovedjo deformacij in napetosti v temeljnih tleh in v zemljinskih telesih ter s presojo varnosti temeljev, pobočij, nasipov in podpornih konstrukcij glede na nevarnost porušitve. Klasična mehanika tal rešuje ti dve nalogi ločeno: rešitev prve sloni na teoriji elastičnosti in na Terzaghijevi teoriji konsolidacije, rešitev druge na teoriji mejnih ravnovesnih napetostnih stanj in na Coulombovem strižnem zakonu. Novejša raziskovanja so usmerjena k hkratnemu reševanju obeh skupin problemov ob upoštevanju (a) nelinearnih odnosov med napetostmi in deformacijami v vsem področju napetostnih stanj od začetnih do porušnih, (b) odvisnosti propustnosti od poroznosti in smeri filtracije in (c) viskoznih lastnosti zemljin.

Da bi lahko napovedali spremembe napetostnih in deformacijskih stanj v temeljnih tleh, je treba rešiti ravnovesne enačbe in difuzijsko enačbo ob upoštevanju ustreznih robnih pogojev. Zelo primerna numerična metoda za hkratno reševanje diferencialnih enačb je metoda končnih elementov. V zadnjem obdobju je razvoj računalnikov, predvsem hitrih in zmogljivih osebnih računalnikov, uporabnost metode končnih elementov v geotehniko še povečal. V literaturi so podane osnovne enačbe najrazličnejših končnih elementov s katerimi razdelimo temeljna tla. Takšni elementi so lahko linijski, ploskovni ter prostorski končni elementi. V svetu obstajajo že različni računalniški programi, od enostavnejših do zelo zahtevnih, ki omogočajo najrazličnejše računske analize v geotehniko. V slovenskem prostoru uporaba na tujem razvitih računalniških programov v praksi ni zaživila. Razlogov za to je več: cena, težja dostopnost, prevelika specifičnost in ne nazadnje zahtevna priprava vhodnih podatkov.

V tem prispevku bi želeli prikazati rezultate raziskav, izvedenih na Katedri za mehaniko tal Fakultete za gradbeništvo in geodezijo Univerze v Ljubljani, predstaviti razvite računalniške programe, ki

bazirajo na metodi končnih elementov in kritično oceniti njihove zmogljivosti. Raziskave so bile omejene na ravninsko deformacijska stanja in osno simetrična deformacijska stanja.

OSNOVE METODE KONČNIH ELEMENTOV

Da bi lahko določili spremembe napetostno - deformacijskega stanja v temeljnih tleh po metodi končnih elementov, ki so posledice gradbenih posegov, je treba diferencialne ravnovesne enačbe z obliko:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + f_j = 0 \quad (1)$$

kjer so σ_{ij} totalne napetosti in f_j volumenske sile, nadomestiti z integracijsko enačbo:

$$\int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV - \int_V f_j \delta u_j dV - \int_S p_j \delta u_j dS = 0 \quad (2)$$

ki jo zapišemo v matrični obliki:

$$\int_V \{\sigma\}^T \{\delta \epsilon\} dV - \int_V \{f\}^T \{\delta u\} dV - \int_S \{p\}^T \{\delta u\} dS = 0 \quad (3)$$

Z enačbama (2) oziroma (3) smo izenačili virtualno moč notranjih sil $\{\sigma\}$ z virtualno močjo volumenskih sil $\{f\}$ in obtežbe $\{p\}$.

Za računsko analizo napetosti in deformacij v začetnih "nedreniranih" pogojih (v začetku konsolidacije zelo malo propustnih zemljin, ko je izcejanje porne vode iz zemljine zanemarljivo majhno) ali v "dreniranih" pogojih (pri zelo propustnih zemljinah ali po končani konsolidaciji malo propustnih zemljin, ko presežni porni tlaki upadejo na zanemarljivo majhne vrednosti) difuzijske enačbe ni treba upoštevati. V splošnem, kadar upoštevamo v računskih analizah tudi konsolidacijo, je treba metodi končnih elementov poleg diferencialnih ravnovesnih enačb prilagoditi tudi difuzijsko

enačbo, v ravnovesnih enačbah pa je treba upoštevati načelo efektivnih napetosti:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \pi \delta_{ij} \quad (4)$$

σ'_{ij} komponente simetričnega tenzorja efektivnih napetosti,
 σ_{ij} komponente simetričnega tenzorja totalnih napetosti,
 π presežni porni tlak,
 δ_{ij} Kroneckerjev simbol.

Enačbo (4) lahko zapišemo v matrični obliki:

$$\{\sigma'\} = \{\sigma\} + \pi \{I\} \quad (5)$$

$\{I\}$... enotski vektor

Ob upoštevanju sovisnosti med efektivnimi napetostmi in deformacijami v obliki:

$$\{\sigma'\} = [c] \{\epsilon\} \quad (6)$$

oziroma sovisnosti med hitrostmi efektivnih napetosti in hitrostmi deformacij:

$$\{\dot{\sigma}'\} = [c] \{\dot{\epsilon}\} \quad (7)$$

kjer pomeni $[c]$ konstitutivno matriko, lahko zapišemo vektor totalnih napetosti in njegovo hitrost v obliki:

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \pi \{I\} = [c] \{\epsilon\} - \pi \{I\} \quad (8)$$

$$\{\dot{\sigma}\} = \{\dot{\sigma}'\} - \dot{\pi} \{I\} = [c] \{\dot{\epsilon}\} - \dot{\pi} \{I\} \quad (9)$$

Spreminjanje pomikov (hitrosti pomikov), deformacij (hitrosti deformacij) in presežnih pornih tlakov (hitrosti presežnih pornih tlakov) po polju končnega elementa določajo, na osnovi vrednosti pomikov in presežnih pornih tlakov v vozliščih končnega elementa, interpolacijski nastavki. Tako lahko za izbrani končni element in za izbrane interpolacijske polinome določimo v poljubni točki končnega elementa:

a) pomike oziroma hitrosti pomikov:

$$\{u\} = [\Phi] \{U\} \quad (10)$$

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \{\varphi\}^T & 0 \\ 0 & \{\varphi\}^T \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\{\dot{u}\} = [\Phi] \{\dot{U}\} \quad (12)$$

b) presežne porne tlake oziroma hitrosti presežnih pornih tlakov:

$$\pi = \{\psi\}^T \{\Pi\}, \quad \dot{\pi} = \{\dot{\psi}\}^T \{\dot{\Pi}\} \quad (13)$$

c) deformacije in njihove hitrosti dobimo z odvajanjem pomikov:

$$\{\epsilon\} = [d][\Phi]\{U\} = [b]\{U\} \quad (14)$$

$$[b] = \begin{bmatrix} \{\varphi_{,x}\}^T & 0 \\ 0 & \{\varphi_{,y}\}^T \\ \{\varphi_{,y}\}^T & \{\varphi_{,x}\}^T \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\{\dot{\epsilon}\} = [d][\Phi]\{\dot{U}\} = [b]\{\dot{U}\} \quad (16)$$

d) napetosti:

$$\{\sigma'\} = [c] \{\epsilon\} = [c][b]\{U\} \quad (17)$$

V enačbah (10) do (17) pomeni:

$\{u\}$ vektor pomikov v polju končnega elementa,
 $\{U\}$ vektor pomikov v vozliščih končnega elementa,
 $\{\dot{u}\}$ vektor hitrosti pomikov v polju končnega elementa,
 $\{\dot{U}\}$ vektor hitrosti pomikov v vozliščih končnega elementa,
 π presežni porni tlak (kot tlaku mu v tej študiji pripišemo negativno vrednost),
 $\{\Pi\}$ vektor presežnih pornih tlakov v vogalnih vozliščih končnega elementa,
 $\{\epsilon\}$ vektor deformacij v polju končnega elementa,
 $\{\dot{\epsilon}\}$ vektor hitrosti deformacij v polju končnega elementa,
 $\{\sigma'\}$ vektor efektivnih napetosti v polju končnega elementa,
 $\{\psi\}^T$ interpolacijski nastavek (linearna interpolacija),
 $\{\varphi\}^T$ interpolacijski nastavek (kvadratna interpolacija),
 $[\Phi]$ interpolacijsko matriko,
 $[b]$ interpolacijsko matriko,
 $[d]$ matriko diferencialnih operatorjev in
 $[c]$ konstitutivno matriko.

Zaradi nelinearnih odnosov med napetostmi in deformacijami v zemljinah velja linearna sovisnost, kot jo podajata enačbi (6) oziroma (7) z uporabo konstantnih modulov K in G v matriki $[c]$, le za infinitezimalno majhne prirastke efektivnih napetosti in njim ustrezne prirastke deformacij:

$$\{d\sigma'\} = [c] \{d\epsilon\} \quad (18)$$

Za praktične izračune nas zadovoljuje tudi aproksimacija

$$\{\Delta\sigma'\} = [c] \{\Delta\epsilon\} \quad (19)$$

če uporabimo dovolj majhne, končno velike prirastke efektivnih napetosti $\{\Delta\sigma'\}$ in ustrezne prirastke deformacij $\{\Delta\epsilon\}$.

Z upoštevanjem enačb (4) do (19) lahko integracijsko enačbo (3) zapišemo v obliki:

$$\begin{aligned} & \int_V \{\Delta U\}^T [b]^T [c]^T [b] \{\delta\dot{U}\} dV - \\ & - \int_V \{\Delta\Pi\}^T \{\Psi\} \{I\}^T [b] \{\delta\dot{U}\} dV - \\ & - \int_V \{\Delta f\}^T [\Phi] \{\delta\dot{U}\} dV - \int_S \{\Delta p\}^T [\Phi] \{\delta\dot{U}\} dS = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Ker mora veljati ta enačba za poljubno virtualno hitrost pomikov $\{\delta\dot{U}\}$, sledi:

$$\begin{aligned} & \int_V \{\Delta U\}^T [b]^T [c]^T [b] dV - \\ & \int_V \{\Delta\Pi\}^T \{\Psi\} \{I\}^T [b] dV - \\ & - \int_V \{\Delta f\}^T [\Phi] dV - \int_S \{\Delta p\}^T [\Phi] dS = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Z uvedbo naslednjih substitucij:

$$[K_\epsilon]^T = \int_V [b]^T [c]^T [b] dV \quad (22)$$

$$[L_\epsilon] = \int_V \{\Psi\} \{I\}^T [b] dV \quad (23)$$

$$\{\Delta P_e\} = \int_V \{\Delta f\}^T [\Phi] dV + \int_S \{\Delta p\}^T [\Phi] dS \quad (24)$$

zapišemo enačbo (21) v krajši obliki:

$$[K_e] \{\Delta U\}_i - [L_e]^T \{\Delta \Pi\}_i - \{\Delta P_e\}_i = 0 \quad (25)$$

V dovolj majhnem časovnem intervalu $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ se spremenijo: vektor obtežbe za $\{\Delta P\}_i$, presežni porni tlak v vogalnih vozliščih za $\{\Delta \Pi\}_i$ in pomiki v vozliščih za $\{\Delta U\}_i$.

Ker se konstitucijski odnosi oblikujejo v odvisnosti tako od preteklih kot tudi trenutnih napetostno deformacijskih stanj in časa, lahko enačbo (25) rešimo le iterativno.

V primeru, da je omogočena filtracija vode zasičene zemljine v vseh prostorskih smereh in da so prav koordinatne osi x, y, z smeri ortogonalne propustnostne anizotropije, lahko zapišemo difuzijsko enačbo v obliki:

$$\dot{e} = \frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{(1+e)}{\gamma_w} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial \pi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial \pi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial \pi}{\partial z} \right) \right] \quad (26)$$

kjer pomeni:

- e količnik por,
- k_i koeficiente propustnosti v posameznih prostorskih smereh ($i = x, y, z$),
- γ_w prostorninsko težo porne vode,
- π presežni porni tlak.

Z upoštevanjem razmerja med količnikom por e in volumensko deformacijo ϵ_v :

$$d\epsilon_v = -\frac{de}{1+e} \quad (27)$$

lahko zapišemo difuzijsko enačbo tudi v obliki:

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(k_{ij} \frac{\partial \pi}{\partial x_j} \right) \quad (28)$$

kjer je $\dot{\epsilon}_v$ hitrost volumenske deformacije

$$\dot{\epsilon}_v = \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_i} = \dot{\epsilon}_{ii} \quad (29)$$

Enačbo (28) lahko zapišemo tudi v integralni obliki:

$$\int_V \dot{\epsilon}_v \delta \pi dV + \frac{1}{\gamma_w} \int_V \frac{\partial \delta \pi}{\partial x_i} \left(k_{ij} \frac{\partial \pi}{\partial x_j} \right) dV - \frac{1}{\gamma_w} \int_V \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\delta \pi k_{ij} \frac{\partial \pi}{\partial x_j} \right) dV = 0 \quad (30)$$

oziroma v matrični obliki:

$$\int_V \dot{\epsilon}_v \delta \pi dV + \frac{1}{\gamma_w} \int_V \{\pi_{,i}\}^T [k] \{\delta \pi_{,j}\} dV = 0 \quad (31)$$

Upoštevajoč enačbo (13), ki podaja zvezo med presežnimi pornimi tlaki v polju in presežnimi pornimi tlaki v vozliščih končnega elementa, lahko izrazimo vektor gradienta pornega tlaka $\{\pi_{,i}\}$ v enačbi (31) v naslednji obliki:

$$\{\pi_{,i}\} = [F] \{\Pi\} \quad (32)$$

kjer pomeni matrika $[F]$ produkt matrike diferencialnih operatorjev in interpolacijskega polinoma za presežne porne tlake.

Volumensko specifično deformacijo lahko, ob upoštevanju teorije prvega reda, izrazimo z normalnimi komponentami deformacijskega tenzorja v obliki:

$$\epsilon_v = \epsilon_{ii} \quad (33)$$

ali v matrični obliki:

$$\epsilon_v = \{I\}^T \{\epsilon\} \quad (34)$$

Podobno zapišemo hitrost specifične volumenske deformacije [enačba (29)] v matrični obliki:

$$\dot{\epsilon}_v = \{I\}^T \{\dot{\epsilon}\} \quad (35)$$

ali z upoštevanjem zveze med hitrostmi normalnih specifičnih deformacij in hitrostmi vozliščnih pomikov po enačbi (16):

$$\dot{\epsilon}_v = \{I\}^T [b] \{\dot{U}\} = [b_v] \{\dot{U}\} \quad (36)$$

Ob upoštevanju enačb (32) do (36) lahko difuzijsko enačbo, prilagojeno metodi končnih elementov [enačba (31)], zapišemo v obliki:

$$\int_V \dot{U}^T [b_v]^T \{\Psi\}^T \{\delta \Pi\} dV + \frac{1}{\gamma_w} \int_V \{\Pi\}^T [F]^T [k] [F] \{\delta \Pi\} dV = 0 \quad (37)$$

Ker mora enačba (37) veljati za katerokoli vrednost virtualnih presežnih pornih tlakov $\{\delta \Pi\}$, lahko to enačbo zapišemo ob upoštevanju substitucije (23) in oznake:

$$[M_e]^T = \frac{1}{\gamma_w} \int_V [F]^T [k] [F] dV \quad (38)$$

v obliki:

$$[L_e] \{\dot{U}\} + [M_e] \{\Pi\} = 0 \quad (39)$$

Vozliščne hitrosti pomikov določimo iz vozliščnih pomikov po enačbi:

$$\{\dot{U}(t)\} = \frac{d\{U\}}{dt} \quad (40)$$

Povprečne vozliščne hitrosti pomikov v določenem časovnem intervalu $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ so:

$$\{\dot{U}\} = \left\{ \frac{\Delta U}{\Delta t_i} \right\} = \frac{\{\Delta U\}}{\Delta t_i} \quad (41)$$

Za čas, izbran v sredini tega časovnega intervala Δt_i , t.j.:

$$t_{i-1/2} = t_{i-1} + \frac{1}{2} \Delta t_i \quad (42)$$

dobi difuzijska enačba končno obliko, prilagojeno metodi končnih elementov:

$$-[L_e] \{\Delta U\}_i - \frac{1}{2} \Delta t_i [M_e] \{\Delta \Pi\}_i = \Delta t_i [M_e] \{\Pi\}_{i-1} \quad (43)$$

Podobno kot smo zapisali za ravnovesne enačbe, prirejene metodi končnih elementov [enačba (25)], lahko rešimo tudi difuzijsko enačbo (43) le iterativno zavedajoč se, da so koeficienti propustnosti

v matriki $[M_e]$ odvisni od poroznosti zemljine, ta pa od napetostnega stanja.

S seštetjem vseh linearnih enačb (25) in (43) za vse končne elemente, na katere smo razdelili prečni prerez temeljnih tal, dobimo sistem linearnih enačb v obliki:

$$\begin{bmatrix} [K]_i & -[L]_i^T \\ -[L]_i & -\frac{1}{2}\Delta t_i [M]_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta U\}_i \\ \{\Delta \Pi\}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta P\}_i \\ \Delta t_i [M]_i \{\Pi\}_{i-1} \end{Bmatrix} \quad (44)$$

Pomen oznak v izrazu (44) je:

$\{\Delta U\}_i$	neznani vektor prirastkov pomikov vozlišč v časovnem koraku i ,
$\{\Delta \Pi\}_i$	neznani vektor prirastkov presežnih pornih tlakov v vogalnih vozliščih v časovnem koraku i ,
$[K]_i$	togostna matrika, odvisna od geometrije mreže končnih elementov, deformacijskih parametrov in od robnih pogojev,
$[L]_i$	matrika, odvisna od geometrije mreže končnih elementov in od robnih pogojev,
$[M]_i$	simetrična matrika, odvisna od geometrije mreže končnih elementov, propustnosti in od robnih pogojev,
$\{\Delta P\}_i$	prirastki obtežbe v časovnem koraku i ,
$\{\Pi\}_{i-1}$	vektor, ki predstavlja znane presežne porne tlake ob koncu predhodnega časovnega koraka,
Δt_i	dolžina trenutnega časovnega koraka.

Za nelinearne reološke sovisnosti zemljin moramo sistem enačb (44) v vsakem časovnem intervalu Δt_i rešiti iterativno.

V primeru, da konsolidacije v računski analizi ne upoštevamo, se sistem linearnih enačb (44) poenostavi v obliko:

$$[K]_i \{\Delta U\}_i = \{\Delta P\}_i \quad (45)$$

MODELI ZEMLJIN

V prejšnjem poglavju smo prikazali sistem linearnih enačb (44), ki jih je treba hkrati v posameznih časovnih intervalih iterativno rešiti. Takšen sistem enačb velja v splošnem za analizo konsolidacije nelinearnih viskoznih zasičenih zemljin. V primerih, ko so viskozni učinki zemljin zanemarljivo majhni ali nični, je v posameznih časovnih intervalih potrebno manj iteracij za hkratno rešitev difuzijske in ravnovesnih enačb. V primerih (v začetnih "nedreniranih" ali v "dreniranih" pogojih po končani konsolidaciji oziroma za zelo propustne zemljine), ko konsolidacije v računski analizi spremenjenega napetostno-deformacijskega stanja v temeljnih tleh ni treba upoštevati, rešujemo enostavnejši sistem linearnih enačb (45). Tudi ta sistem enačb moramo v časovnem intervalu rešiti iterativno. Več iteracij je potrebno pri viskoznih in manj (običajno dve ali tri) pri neviskoznih zemljinah.

V matrikah, ki nastopajo v sistemu enačb (44) oziroma (45) je samo togostna matrika $[K]_i$ [enačba (22)] odvisna od deformacijskih parametrov oziroma od konstitucijske matrike [enačba (19)], ki povezuje prirastke napetostnega vektorja s prirastki deformacijskega vektorja.

Nelinearne sovisnosti med napetostmi in deformacijami za neviskozne zemljine lahko izrazimo z različnimi konstitucijskimi zvezami. V svetu so se uveljavili različni nelinearno elastični modeli in še bolj različni elastoplastični modeli. Prednost drugih pred prvimi

je predvsem v tem, da kljub majhnemu številu parametrov, ki jih je moč dobiti iz standardnih preiskav fizikalnih lastnosti zemljin, dobro opišejo obnašanje zemljin tako pri monotono naraščajočih ali pri monotono upadajočih obtežbah kakor tudi pri različnih kombinacijah naraščanja in upadanja obtežbe.

Težje je opisati ponašanje viskoznih zemljin. Reološke sovisnosti, to je sovisnosti med napetostmi, deformacijami in časom, izražajo viskoelastični in elasto-viskoplastični modeli. Uporaba teh reoloških modelov je zahtevna predvsem zaradi težavne določitve viskoznih materialnih parametrov, ki jih moč dobiti le z dolgotrajnimi triosnimi preiskavami deformabilnosti in trdnosti zemljin.

Reološki model, ki smo ga uporabili v analizi konsolidacije nelinearnih viskoznih zemljin na Katedri za mehaniko tal FAGG, je nelinearni Kelvinov model. Sovisnosti med napetostmi, deformacijami in časom so za ta model izražene z dvema družinama deformacijskih izotah, to je s sovisnicami med normalnimi oktaedrijskimi napetostmi, normalnimi oktaedrijskimi deformacijami in hitrostmi normalnih oktaedrijskih deformacij oziroma s sovisnicami med strižnimi oktaedrijskimi napetostmi, strižnimi oktaedrijskimi deformacijami in hitrostmi strižnih oktaedrijskih deformacij. Deformacijske in viskozne parametre, ki popisujejo obnašanje nelinearnih viskoznih zemljin pri monotono naraščajoči ali pri monotono upadajoči obtežbi se določijo s triosnimi preiskavami deformabilnosti zemljin. Hiba tega modela je v omejenosti glede upoštevanja različnih napetostnih poti (naraščanje, upadanje, ponovno naraščanje obtežbe) in v omejenosti numeričnih analiz na primarno fazo konsolidacije.

V predhodnih raziskavah konsolidacije viskoznih zasičenih zemljin naše katedre smo uporabljali nelinearni Maxwellov model. Tudi v teh študijah so bile sovisnosti med napetostmi, deformacijami in časom izražene z dvema družinama deformacijskih izotah, to je s sovisnicami med oktaedrijskimi napetostmi, deformacijami in njihovimi hitrostmi. Hiba tega reološkega modela je v tem, da ne zajame vpliva predhodne sekundarne konsolidacije na časovni razvoj presežnih pornih tlakov v temeljnih tleh, omogoča pa izračun deformacij temeljnih tal tudi v sekundarni fazi konsolidacije, po končani primarni fazi konsolidacije, torej v kasnejših časih, potem ko presežni porni tlaki v temeljnih tleh, ki jih povzročijo obtežba temeljnih tal, postanejo nični ali zanemarljivo majhni.

Elastoplastični modeli

V raziskavah, ki na katedri trenutno potekajo, uporabljamo elasto-plastične konstitucijske zveze za zemljine. Elastoplastične enačbe snovi temeljijo na naslednjih predpostavkah:

1. Prirastek deformacije lahko razdelimo na elastični (povratni) in plastični (nepovratni) del:

$$d\varepsilon = d\varepsilon^{el} + d\varepsilon^{pl} \quad (46)$$

2. Obstaja funkcija plastičnega tečenja $F(\sigma_{ij}, \kappa)$, ki loči območje elastičnega obnašanja snovi od območja plastičnega obnašanja snovi (σ_{ij} je napetostni tenzor, κ pa parameter utrjevanja). Elastično se obnaša snov, za katero velja:

$$F < 0 \text{ ali } F = 0 \text{ in } dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} < 0 \quad (47)$$

plastične deformacije pa nastopijo, ko je:

$$F = 0 \quad \text{in} \quad dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \geq 0 \quad (48)$$

3. Velikost prirastka elastičnih deformacij izračunamo po Hookovem zakonu:

$$d\epsilon_{ij}^{el} = C_{ijkl} d\sigma_{kl} \quad (49)$$

4. Velikost prirastka plastičnih deformacij izračunamo iz funkcije plastičnega potenciala Q (pravilo tečenja):

$$d\epsilon_{ij}^{pl} = d\lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad (50)$$

Če uporabimo za funkcijo plastičnega potenciala kar funkcijo plastičnega tečenja ($Q \equiv F$), govorimo o asociativnih, sicer pa o neasociativnih elastoplastičnih modelih.

Iz navedenih osnov lahko izpeljemo tangentski konstitucijski zakon v vektorski obliki:

$$\{d\sigma\} = \left[[D] - \frac{[D]\{b\}\{a\}^T[D]}{A + \{a\}^T[D]\{b\}} \right] \{d\epsilon\} = [D^{ep}]\{d\epsilon\} \quad (51)$$

V enačbi (51) pomenijo oznake:

- $[D]$ elastična konstitucijska matrika: $\{d\sigma\} = [D]\{d\epsilon^{el}\}$,
 $\{a\}$ vektor tečenja: $\{a\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma\}} \right\}$,
 $\{b\}$ vektor: $\{b\} = \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \{\sigma\}} \right\}$,
 A skalar, ki določa vpliv utrjevanja na velikost deformacij:
 $A = -\frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial \kappa} d\kappa$.

Zapisane enačbe veljajo za poljubni funkciji plastičnega tečenja in plastičnega potenciala. V elastoplastični analizi zemljin in geotehničnih objektov so se uveljavili od preprostih modelov predvsem Drucker-Pragerjev in zlasti Mohr-Coulombov, katerih funkciji plastičnega tečenja podajata enačbi (52) in (53) v odvisnosti od napetostnih invariant J_1, J_2 in θ :

$$F(J_1, J_2) = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} - k' = 0 \quad (52)$$

$$F = \frac{1}{3} J_1 \sin \varphi + \sqrt{J_2} \left(\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right) - c \cos \varphi \quad (53)$$

Oba modela sta opisana z dvema elastičnima parametroma in dvema trdnostnima parametroma.

Nekoliko bolj zahtevni, a zato tudi bolje opisujejo obnašanje zemljine, so modeli, ki omejujejo področje elastičnih deformacij tudi v smeri hidrostatskih napetosti. Tak je model Cam-clay in družina modelov, ki jih v literaturi zasledimo pod imenom "cap" modeli zaradi značilne (običajno eliptične) krivulje (kape), ki omejuje območje elastičnih deformacij v smeri hidrostatskega napetostnega stanja. Ti modeli zahtevajo nekoliko več parametrov (osem in več).

Elasto-viskoplastični modeli

Uporaba elastoviskoplastičnih modelov je šele v fazi priprav. Ker ti modeli podajajo sovisnosti med napetostmi, deformacijami in časom, enačbo (46) zapišemo v obliki odvoda po času

$$d\dot{\epsilon} = d\dot{\epsilon}^{el} + d\dot{\epsilon}^{vpl} \quad (54)$$

Funkcija plastičnega tečenja ima obliko:

$$F(\sigma_{ij}, \kappa) - F_0 = 0 \quad (55)$$

Viskoplastično tečenje je mogoče samo takrat, ko je $F > F_0$. Bistvena razlika glede na časovno neodvisne modele je pri računu nepovratne deformacije, ki jo tu imenujemo viskoplastična deformacija:

$$d\dot{\epsilon}_{ij}^{vpl} = \gamma \langle \Phi(F) \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \quad (56)$$

kjer je γ parameter viskoplastičnega tečenja, oklepaja $\langle \rangle$ v oznaki $\langle \Phi(x) \rangle$ pa pomenita:

$$\begin{aligned} \langle \Phi(F) \rangle &= \Phi(F) \quad \text{za } x > 0 \\ \langle \Phi(x) \rangle &= 0 \quad \text{za } x \leq 0 \end{aligned} \quad (57)$$

Reološki model, ki bazira na družini deformacijskih izotah

Za določitev ustreznih deformacijskih in viskoznih parametrov, ki popisujejo nelinearne sovisnosti med napetostmi in deformacijami viskoznih zemljin so potrebne dolgotrajne triosne preiskave deformabilnosti zemljin. Idealne bi bile preiskave izvedene na prizmatičnih vzorcih, ki jih lahko v treh ortogonalnih smereh obremenjujemo z različnimi tlaki. Ker takšnih aparatov v Sloveniji ni, se moramo zadovoljiti s preiskavami na valjastih vzorcih, obremenjenih z osnosimetrično tlačno obtežbo. V teh primerih izrazimo napetostni in deformacijski tenzor z vrednostmi oktaedrskih napetosti oziroma deformacij.

Časovni razvoj oktaedrskih deformacij triosnega valjastega preizkušanca, ki ga narekuje sprememba napetostnega stanja $\Delta \sigma_i^o = \sigma_i^o - \sigma_{i-1}^o$ in $\Delta \tau_i^o = \tau_i^o - \tau_{i-1}^o$, lahko za čase, ko so presežni porni tlaki v vzorcu zanemarljivo majhni, izrazimo z enačbama:

$$\epsilon^o = \epsilon_0^o + \beta_0 \lg \left(\frac{t^*}{t_0} \right) \quad (58)$$

$$\gamma^o = \gamma_0^o + \beta_\gamma \lg \left(\frac{t^*}{t_0} \right) \quad (59)$$

ali še v splošnejši obliki:

$$\epsilon^o = \epsilon_0^o + \epsilon_K \left[1 - \left(\frac{t^*}{t_0} \right)^m \right] \quad (60)$$

$$\gamma^o = \gamma_0^o + \gamma_K \left[1 - \left(\frac{t^*}{t_0} \right)^n \right] \quad (61)$$

V enačbah (58) do (61) pomenijo oznake:

- ϵ_0^o oktaedrska vrednost normalne (sferne) deformacije v primerjalnem času t_0 , to je primerjalna vrednost ϵ^o v $t = t_0$,
 γ_0^o oktaedrska vrednost strižne (tangencialne) deformacije v času t_0 , to je primerjalna vrednost γ^o v $t = t_0$,
 t^* čas, ki se nanaša izključno na laboratorijsko opazovanje triosne preiskave pri določenem napetostnem stanju (σ^o, τ^o),
 β_0 viskozni prirastek oktaedrske normalne deformacije ϵ^o [po enačbi (58)] v logaritmski enoti časa,
 β_γ viskozni prirastek strižne oktaedrske deformacije γ^o [po enačbi (59)] v logaritmski enoti časa,
 ϵ_K viskozni prirastek deformacije ϵ^o v času od $t = t_0$ do $t \rightarrow \infty$,

γ_K viskozni prirastek deformacije γ° v času od $t = t_0$ do $t \rightarrow \infty$,
 m, n viskoznostna potenčna eksponenta.

Vsi navedeni parametri (razen t^*) so odvisni od efektivnega napetostnega stanja, ki ga pri triosni preiskavi lahko določata oktaedrski vrednosti $\sigma^{o'}$ in τ° . Viskozna potenčna eksponenta m in n sta proporcionalna viskozni prirastkoma deformacij v eni logaritemski enoti časa in viskozni prirastkoma deformacij v intervalu med primerjalnim in neskončno velikim časom. Definirana sta z enačbama:

$$\epsilon_K = -\frac{\beta_0}{m} \quad (62)$$

$$\gamma_K = -\frac{\beta_\gamma}{n} \quad (63)$$

Ker so oktaedrske deformacije po enačbah (60) in (61) odvisne od napetostnega stanja ($\sigma^{o'}$, τ°) in deformacijskih hitrosti ($\dot{\epsilon}^\circ$, $\dot{\gamma}^\circ$), jih grafično prikazujemo v obliki dveh skupin družin krivulj, imenovanih deformacijske izotaha. Družini deformacijskih izotah lahko simbolično zapišemo v obliki:

$$\epsilon^\circ = [\epsilon^\circ(\sigma^{o'})]_{\dot{\epsilon}^\circ = \text{const}_\epsilon} \quad \tau^\circ = \text{const}_\tau \quad (64)$$

$$\gamma^\circ = [\gamma^\circ(\tau^\circ)]_{\dot{\gamma}^\circ = \text{const}_\gamma} \quad \sigma^{o'} = \text{const}_\sigma \quad (65)$$

V analizi konsolidacije nelinearnih viskoznih zemljin lahko za majhne spremembe napetostnih stanj v dovolj kratkih časovnih intervalih, sovisnosti med napetostmi in deformacijami lineariziramo. Tako lahko te odnose izrazimo z enačbo (6a):

$$\{\Delta\sigma'\} = [c_{ti}] \{\Delta\epsilon\} \quad (6a)$$

kjer ima konstitucijska matrika $[c_{ti}]$ obliko:

$$[c_{ti}] = \begin{bmatrix} K_{ti} + \frac{4}{3}G_{ti} & K_{ti} - \frac{2}{3}G_{ti} & 0 & K_{ti} - \frac{2}{3}G_{ti} \\ & K_{ti} + \frac{4}{3}G_{ti} & 0 & K_{ti} - \frac{2}{3}G_{ti} \\ & & G_{ti} & 0 \\ \text{Simetrično} & & & K_{ti} + \frac{4}{3}G_{ti} \end{bmatrix} \quad (66)$$

Sekantno vrednost kompresijskega modula K_{ti} in strižnega modula G_{ti} , ki nastopata v enačbi (66), določimo pri spremembi napetosti za $\Delta\sigma_i^{o'} = \sigma_i^{o'} - \sigma_{i-1}^{o'}$ in $\Delta\tau_i^\circ = \tau_i^\circ - \tau_{i-1}^\circ$ v kratkem časovnem intervalu $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$ kot količnik med prirastkom efektivnih oktaedrskih normalnih napetosti in ustreznim prirastkom normalnih oktaedrskih deformacij oziroma med prirastkom oktaedrskih strižnih napetosti in ustreznim prirastkom strižnih oktaedrskih deformacij:

$$K_{ti} = \frac{1}{3} \frac{\Delta\sigma_i^{o'}}{\Delta\epsilon_i^o} \quad (67)$$

$$G_{ti} = \frac{\Delta\tau_i^\circ}{\Delta\gamma_i^o} \quad (68)$$

Z ustreznim prirastkom normalnih oziroma strižnih oktaedrskih deformacij mislimo na razliko deformacij ob koncu obravnavanega časovnega intervala, ki morajo biti v družini deformacijskih izotah v skladu z ustreznim efektivnim napetostnim stanjem in razpoložljivim časom oziroma hitrostjo deformacij, ter znanimi deformacijami ob začetku obravnavanega časovnega intervala.

OPIS RAČUNALNIŠKIH PROGRAMOV

Za hkratno rešitev difuzijske in ravnovesnih enačb po metodi končnih elementov, upoštevajoč reološke sovisnosti nelinearnih viskoznih zemljin (po opisanem nelinearnem Kelvinovem modelu, ki temelji na dveh družinah deformacijskih izotah), propustnosti zemljin v odvisnosti od njene poroznosti ter trdnost zemljin (izražene s Coulombovim strižnim zakonom) je bilo na Katedri za mehaniko tal FAGG Univerze v Ljubljani pripravljeno več računalniških programov. Programi so nastajali vzporedno z dosežki raziskav vpliva lezenja na konsolidacijo.

Raziskave je začel že leta 1957 akademik dr. Lujo Šuklje, zaslužni profesor FAGG. Prve raziskave so bile omejene na linearno deformacijske probleme. Leta 1975 so raziskave prišle na ravninsko deformacijske probleme z omejitvijo, da so bila najprej analizirana napetostno deformacijska stanja v temeljnih tleh brez upoštevanja konsolidacije po metodi končnih elementov v nedreniranih in dreniranih pogojih. Časovni razvoj deformacij v primarni fazi konsolidacije je bil analiziran posebej s pomočjo diferenčne metode upoštevajoč izračunana totalna napetostna stanja po MKE.

Leta 1982 je bil pripravljen program VISOIL, ki omogoča analizo konsolidacije nelinearnih viskoznih zemljin po metodi končnih elementov v ravninsko deformacijskih pogojih. Zemljina je tretirana kot Maxwellovo telo. Leta 1985 je bil pripravljen alternativni računalniški program MASUKO, ki upošteva zemljino kot Kelvinovo telo, za osnosimetrične deformacijsko-napetostne pogoje pa je bil leta 1990 razvit računalniški program OSA. V vseh treh programih je bil uporabljen trikotni končni element z petnajstimi prostostnimi stopnjami. V vogalnih vozliščih sta neznana dva vozliščna premika in presežni porni tlak, v vozliščih na sredini stranic pa sta neznana dva vozliščna premika. Pomiki se po polju končnega elementa spreminjajo po kvadratnem zakonu in temu ustrezno deformacije po linearnem zakonu. Presežni porni tlaki se spreminjajo po polju linearno, enako tudi podatki o lastnosti zemljine (deformabilnost, propustnost in trdnost); temu ustrezno se spreminjajo napetosti po polju končnega elementa po kvadratnem zakonu. Vsi trije programi omogočajo tudi analizo konsolidacije neviskoznih zemljin. V numeričnih analizah napetostno deformacijskih stanj v temeljnih tleh je možno izključiti tudi vpliv konsolidacije. Programi so pripravljene tako, da je možno v prečnem prerezu temeljnih tal upoštevati več slojev različne deformabilnosti, propustnosti in trdnosti. Na kontaktu med zelo različno deformabilnimi sloji je možno upoštevati tudi tankoslojne trikotne elemente.

Leta 1990 je bil razvit računalniški program KARTA, ki omogoča analizo konsolidacije nelinearnih viskoznih zemljin ojačanih na površju z armaturo. Zemljina je tretirana kot nelinearno Kelvinovo telo, armatura pa kot elastičen material. V programu je za zemljino uporabljen štirikoten izoparametričen končni element z dvajsetimi prostostnimi stopnjami, za armaturo pa linijski element s šestimi prostostnimi stopnjami. Program je možno uporabiti za večslojni prečni presek temeljnih tal, ki sestoji iz viskoznih ali neviskoznih zemljin in za ojačano ali neojačano površje temeljnih tal. Med kontakti različno deformabilnih zemljin oziroma na kontaktu med armaturo in zemljino se lahko uporabijo tankoslojni elementi.

V zadnjih dveh letih se razvija na katedri nov računalniški program BOJAN. V programu so vgrajene tri vrste končnih elementov. Trikotni končni element s šestimi prostostnimi stopnjami za diskretizacijo zemljine, linijski končni element s tremi prostostnimi stopnjami v vozliščih za modeliranje pilotnih sten in sider ter točkovni (brez dimenzije) kontaktni element za simulacijo zdrsov in

razpok med različnimi materiali. Točkovni element sestoji iz dveh ortogonalnih vzmeti, ima dve vozlišči in štiri prostostne stopnje. Zemljina je tretirana kot elastoplastična snov. Obstaja možnost uporabe različnih modelov kot so na primer: Mohr-Coulombov, Drucker-Pragerjev, Cam-Clay in Cap model. Ta računalniški program trenutno omogoča analizo konsolidacije nevizkoznih zemljin, zelo pa je uporaben za analizo izkopov v temeljnih tleh, katerih čelo ostaja nezavarovano ali pa je varovano s sidrano ali konzolno podporno konstrukcijo.

Razviti računalniški programi so bili preverjeni na enostavnejših analizah geotehničnih problemov, kjer smo lahko rezultate numeričnih analiz po metodi končnih elementov primerjali z rezultati teoretičnih analitičnih rešitev. Računalniška programa MASUKO in OSA smo uporabili za napoved ponašanja zelo mehkih barjanskih tal pod cestnim nasipom za določene geološke, drenažne in robne pogoje, program OSA je bil uporabljen tudi za analizo prenosa vertikalne obtežbe preko osamljenih kolov v temeljna tla. Rezultati teh numeričnih analiz so bili primerjani z izmerki na terenu. S programom KARTA je bil analiziran učinek armiranja površja temeljnih tal pod cestnimi nasipi na varnost gradnje in zmanjšanje posedkov nasipov. Program BOJAN je bil uporabljen za analizo konzolnih in sidranih podpornih konstrukcij. Rezultati teh numeričnih analiz so bili primerjani z rezultati analitičnih rešitev, ki bazirajo na teoriji mejnih stanj. S pripravljenimi računalniškimi programi pa smo izvedli tudi veliko število parametričnih študij s katerimi smo želeli prikazati vplive posameznih parametrov (n.pr.: vpliv predhodne sekundarne konsolidacije, vpliv viskoznosti, vpliv različne propustnosti, vpliv jakosti in načina armiranja površja temeljnih tal) na razvoj konsolidacije v temeljnih tleh, vpliv gostote mreže končnih elementov na zanesljivost numeričnih analiz, itd..

REZULTATI NEKAJ IZVEDENIH NUMERIČNIH ANALIZ

Analiza časovnega razvoja posedkov in presežnih pornih tlakov pod cestnim nasipom na barjanskih tleh

Poizkusni nasip v trasi južne ljubljanske obvoznice je bil zgrajen v letih 1981-85, postopno v šestih (v polju III) oziroma osmih fazah v polju II. Tloris nasipa je prikazan na sliki 1, prečni prezek v polju II, kjer je bila konsolidacija temeljnih tal pospešena z vertikalnimi drenažami, je prikazan na sliki 2, prečni prezek III v nedreniranem polju pa je prikazan na sliki 3. Med gradnjo nasipa so bili merjeni posedko dna nasipa (posedalne plošče P6 in P7) in presežni porni tlaki v treh globinah pod nasipom (piezometri 4a do 6c in 7a do 9c). Merska mesta so prikazana v tlorisu in prečnih prerezih nasipa. Sestava temeljnih tal, geometrija poizkusnega nasipa in

rezultati meritev posedkov in presežnih pornih tlakov so povzeti po Gaberčevi in Vidmarju 1986.

Za štiri sloje zemljin, ki sestavljajo barjanska temeljna tla, smo reološke sovisnosti zemljin izrazili z družinami deformacijskih izotah na osnovi kombiniranega tolmačenja rezultatov edometrijskih in strižnih preizkusov (Majes, Logar; 1992) ter upoštevaštevavanju rezultatov nedreniranih in deloma dreniranih triosnih preiskav valjastih vzorcev. Računske analize smo izvedli za nedrenirano (III) polje s programom MASUKO alternativno za različne propustnosti zemljin, za različne hitrosti deformacij ob koncu predhodne sekundarne konsolidacije in za različne gostote mreže končnih elementov. Za drenirano (II) polje z vertikalnimi dreni smo računske analize izvedli s programom OSA. Temeljna tla smo privzeli v obliki valja s polmerom velikosti vplivnega radija enega vertikalnega dreva.

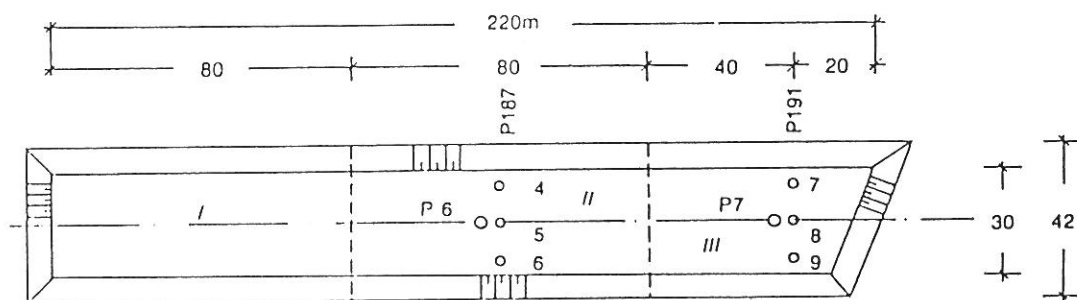
Rezultati numeričnih analiz s programoma MASUKO in OSA lahko grafično prikazujemo v obliki časovnih sovisnic premikov, presežnih pornih tlakov, efektivnih napetosti v poljubnem vozlišču mreže končnih elementov, z izolinijami efektivnih napetosti ali količnikov varnosti v prečnem prerezu temeljnih tal, z deformirano mrežo končnih elementov in z izohronami presežnih pornih tlakov vzdolž poljubne navpičnice ali vodoravnice v temeljnih tleh.

Za ilustracijo rezultatov takšnih numeričnih analiz so na sliki 4 prikazane izračunane časovne sovisnosti posedkov dna nasipa v dreniranem in nedreniranem polju poizkusnega nasipa, na slikah 5 in 6 pa časovne sovisnosti presežnih pornih tlakov v polju II in III. Računski rezultati so vedno primerjani z izmerki na terenu.

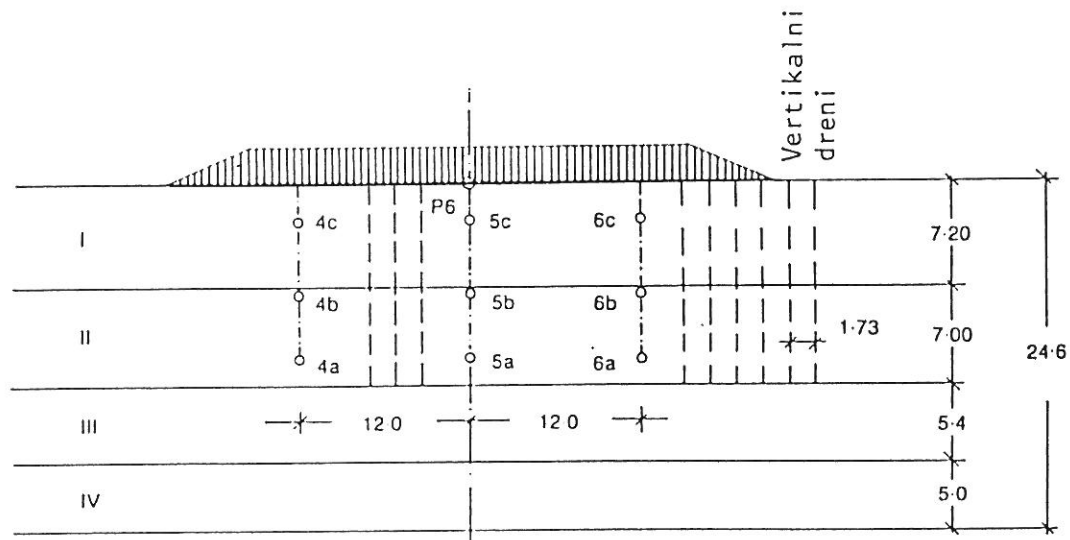
Na osnovi večjega števila numeričnih analiz in primerjanja računskih rezultatov z izmerki lahko zaključimo:

(a) Na kvaliteto izračunanih presežnih pornih tlakov ima gostota mreže končnih elementov večji vpliv kakor na izračunane vrednosti pomikov. Zaželjena je čim gostejša mreža, še posebej ob propustnih robovih temeljnih tal.

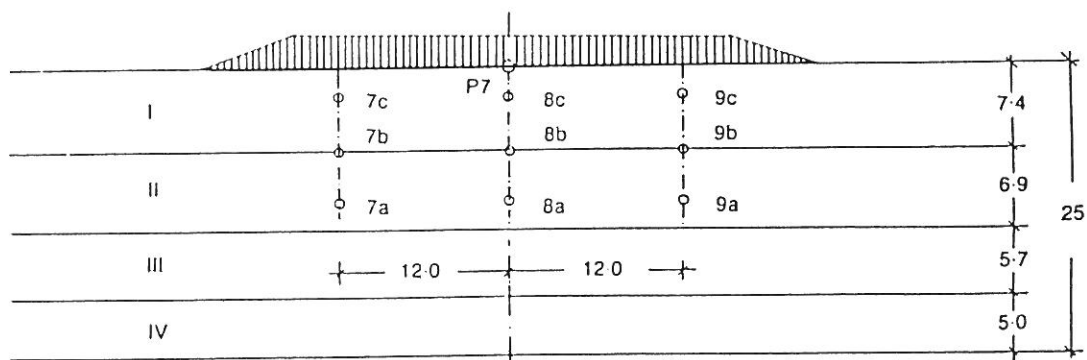
(b) Praktično za vse računske analize po MKE, ki smo jih izvedli na katedri, velja ugotovitev, da so pri časovnem naraščanju obtežbe temeljnih tal izračunani posedko tal v začetku večji od izmerjenih, ob koncu konsolidacije pa manjši od izmerjenih. Razlog je gotovo v upoštevanih deformacijskih, propustnostnih in trdnostnih karakteristik zemljin vsled neizbežnih napak in težav pri laboratorijskih preiskavah (n. pr.: intaktnost vzorcev, razbremenitev vzorcev po odvzemu, meritev deformacij vzorcev v območju malih in mejnih napetostnih stanj).



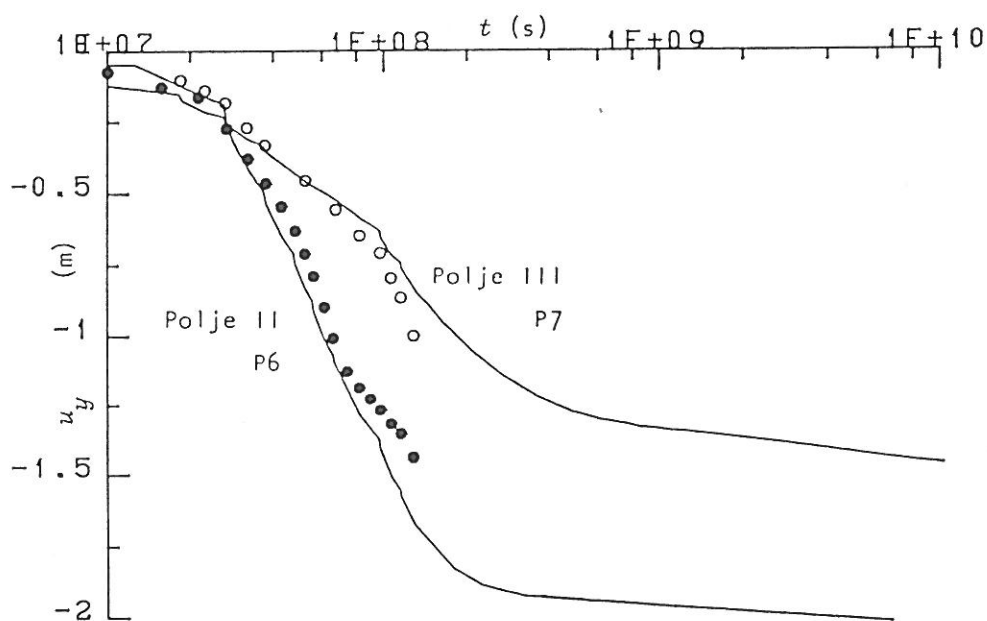
Slika 1. Tloris poizkusnega nasipa s polji I, II in III; mesta piezometrov in posedalnih plošč.



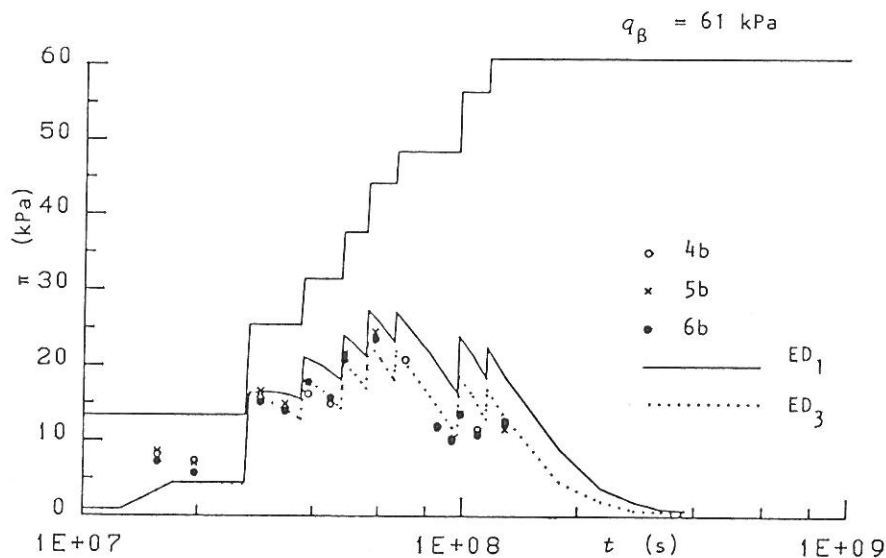
Slika 2. Prečni prerez P 187 v dreniranem polju II, mesta piezometrov 4a do 6c, debeline slojev štirih različnih zemljin I, II, III in IV.



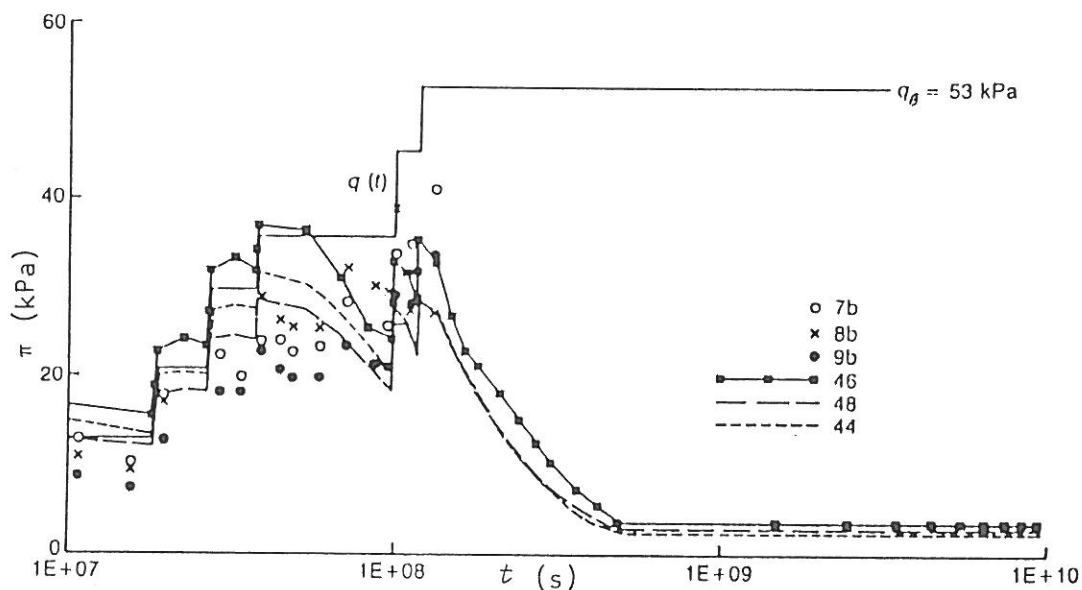
Slika 3. Prečni prerez P 191 v nedreniranem polju III, mesta piezometrov 7a do 9c, debeline slojev štirih različnih zemljin I, II, III in IV.



Slika 4. Časovne sovisnice posedkov dna nasipa $u_y(t)$; primerjava izmerjenih in izračunanih posedkov v II. in III. polju poizkusnega nasipa.



Slika 5. Časovne sovisnice presežnih pornih tlakov $\pi = \pi(t)$ v globini 7.5 m; primerjava dveh alternativnih računskih analiz (razmerje vertikalne in vodoravne propustnosti) z izmerki v piezometrih 4b, 5b in 6b.



Slika 6. Časovne sovisnice presežnih pornih tlakov $\pi = \pi(t)$ na kontaktu med I. in II. zemljino v II. nedreniranem polju; primerjava z meritvami v piezometrih 7b, 8b in 9b.

(c) Oba računalniška programa omogočata kvalitetno analizo konsolidacije nelinearnih viskoznih zemljin v ravninsko deformacijskih ali osno simetričnih pogojih. Ta ugotovitev pa velja pri upoštevanih reoloških sovisnostih (družini deformacijskih stanj) samo za primere, kjer so spremembe napetostnih stanj v tleh samo monotono naraščajoče ali pa monotono upadajoče.

Analiza mejnega stanja pod cestnim nasipom

Pri hitri gradnji cca 300 m dolgega in 4 do 8 m visokega cestnega

nasipa pred viaduktom preko železniške proge na Obalni avtocesti se je del nasipa v dolžini 100 m, na mestu kjer je bil nasip že zgrajen do višine 7 m, hipno porušil. Nasip je bil grajen iz kvalitetnega kamnitega materiala na ne dovolj raziskanih temeljnih tleh. Kot so pokazale kasnejše geološke raziskave je bila debelina vrhnje plasti težko gnetne do poltrdne gline precenjena, debelina spodnje plasti lahko do srednje gnetne gline, ki leži nad kompaktno flišno osnovo, pa podcenjena. Na žalost je bila pri načrtovanju nasipa upoštevana še preveč optimistična strižna odpornost temeljnih tal.

Sama porušitev nasipa, izmerjene deformacije nasipa in temeljnih tal in dobro raziskana geološka sestava tal po poružitvi so bili izziv za analizo tega primera po metodi končnih elementov s programom MASUKO. Vzoredno smo izvedli tudi klasične stabilnostne analize po Bishopovem (s predpostavljenimi krožnimi drsinami) in Janbujevem numeričnem postopku (s predpostavljenimi poligonalnimi drsinami) variantno z upoštevanjem nedreniranih in dreniranih trdnostnih parametrov za strižno odpornost temeljnih tal.

Na sliki 7 je prikazan prečni prerez nasipa in temeljnih tal na mestu porušitve. V prerezu so prikazane najneugodnejše drsine dobljene za štiri variantne stabilnostne analize s pripisano vrednostjo rezultirajočega količnika varnosti F . Vse drsine pričenjajo na kroni nasipa praktično na mestu globoke razpoke v nasipu, ki je nastala po poružitvi, in izklinjajo v kanalu ob vznožju nasipa. Vrednosti količnikov varnosti F (v vseh štirih primerih so manjši od 1.0), računsko potrjujejo porušitev nasipa, oblika drsin pa ne pojasnjuje velikih izmerjenih vodoravnih premikov nasipa po poružitvi.

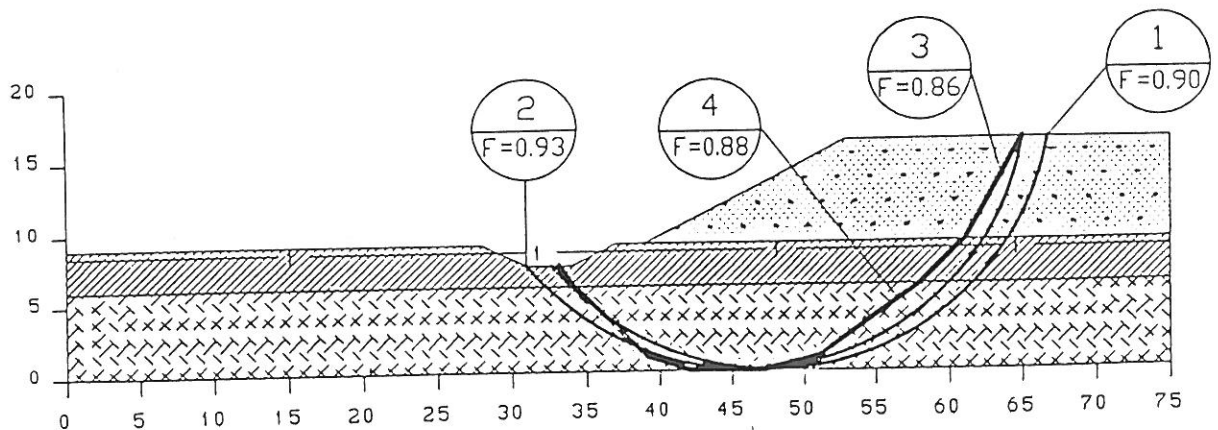
Kompletnejšo sliko o poružitvi temeljnih tal pod nasipom dajejo rezultati analize po metodi končnih elementov, ki jih prikazujemo z deformirano mrežo temeljnih tal pod nasipom višine 6 m (premiki so risani v 10 krat večjem merilu kot je izrisana osnovna mreža končnih elementov) na sliki 9 in izolinijami količnikov varnosti (razmerje med strižno odpornostjo zemljine in doseženimi strižnimi napetostmi v tleh) prikazanimi na sliki 8. V področju med debelo

izvlečeno izolinijo količnika varnosti z vrednostjo $F = 1.0$) je bila ob poružitvi nasipa v temeljnih tleh izčrpana stižna odpornost, veliki horizontalni premiki nasipa po poružitvi pa so bili zagotovo tudi posledica zdrsa drugega (od površja tal navzdol) zelo deformabilnega sloja po vrhu kompaktne flišne osnove.

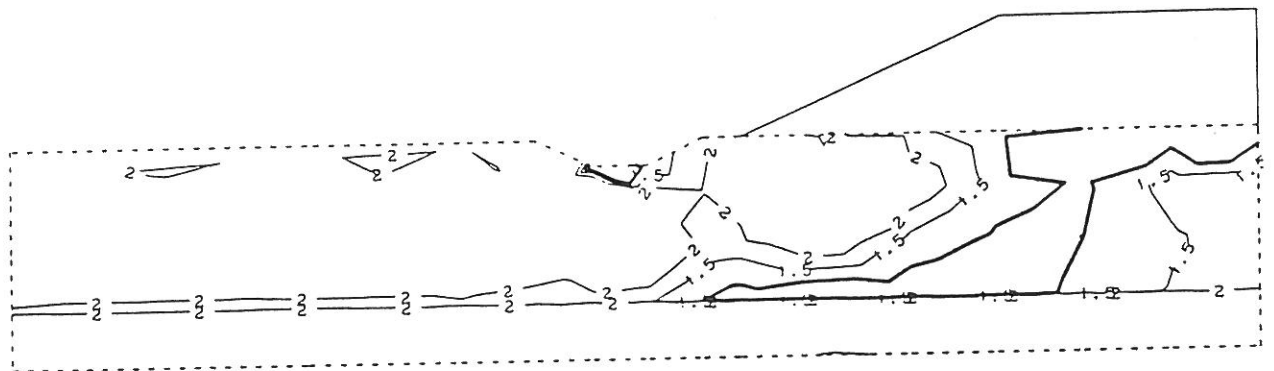
V numeričnih analizah smo upoštevali temeljna tla kot idealno elastično-plastičen material. Prvi sloj temeljnih tal je bil razdeljen na eno vrsto končnih elementov, enako hribinska podlaga, drugi debelejši in deformabilnejši sloj pa je bil razdeljen na dve vrsti elementov. Tankoslojni kontaktni elementi so bili upoštevani na kontaktu med hribinsko osnovo in spodnjim deformabilnim slojem. Analizo smo izvedli z upoštevanjem konsolidacije (rezultati so prikazani na sliki 8 in 9) in v nedreniranih pogojih. Računa smo izvedli v štirih korakih kjer smo stopnjevali višino (težo) nasipa od 0 do 8 m v enakih časovnih intervalih kot je potekala gradnja nasipa. Mejno stanje je bilo doseženo pri 8 m visokem nasipu (v naravi pri 7 m višine).

Na osnovi teh rezultatov računskih analiz po metodi končnih elementov lahko zaključimo:

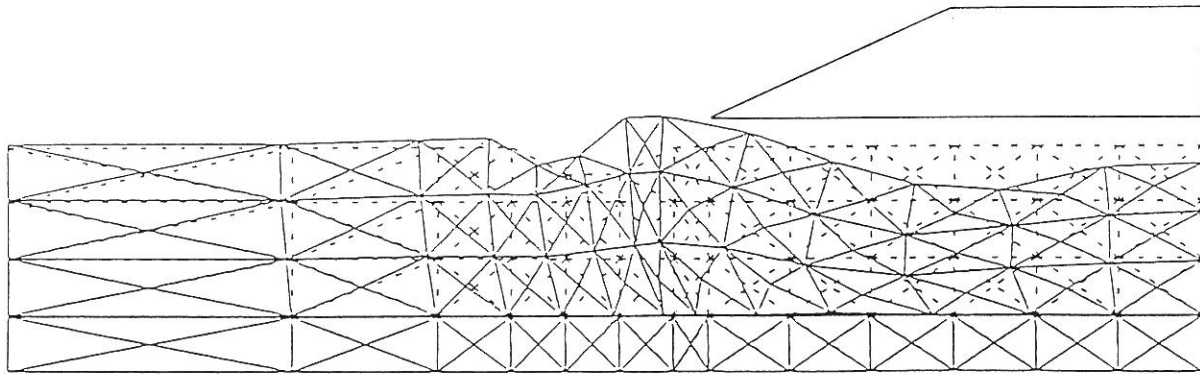
(a) Kljub upoštevanju konstantnih vrednosti deformacijskih parametrov E in ν , koeficientov propustnosti k in trdnostnih parametrov c_u odnosno c' in ϕ' v posameznemu sloju temeljnih tal se dobljeni rezultati dobro ujemajo z izmerki na terenu.



Slika 7. Prečni prerez nasipa in temeljnih tal na mestu porušitve, kritične drsine pri variantno izvedenih stabilnostnih analizah: (1) po Bishopu z upoštevanjem efektivnih trdnostnih parametrov, (2) Bishopov postopek z upoštevanjem nedrenirane kohezijske trdnosti, (3) in (4) Janbujev postopka z enakimi podatki kot v primeru (1) in (2).



Slika 8. Izolinije količnikov varnosti v tleh pod obtežbo 6 m visokega nasipa.

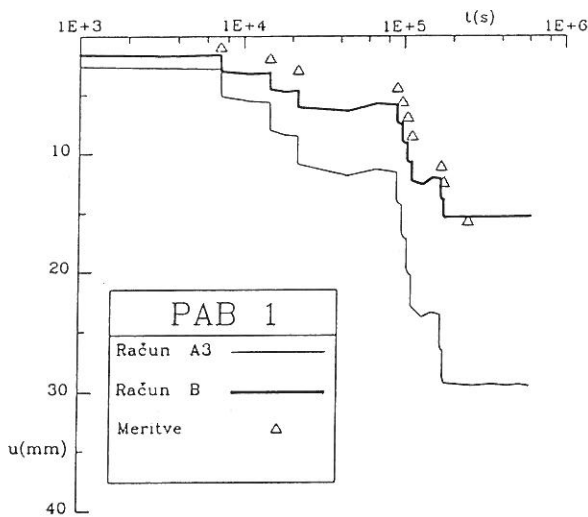


Slika 9. Deformirana mreža končnih elementov, ki diskretizirajo temeljna tla; višina zgrajenega nasipa je 6 m.

(b) S programom MASUKO lahko določimo mejno napetostno stanje v tleh pod gibkimi obtežbami na površju temeljnih tal. To stanje se izkaže tako, da postane togostna matrika konstrukcije v sistemu ravnovesnih in difuzijske enačbe [(enačba (44))] singularna. Pri mejnih obtežbah v temeljnih tleh ne moremo prikazati napetostno deformacijskega stanja, lahko pa v posameznih računskih korakih, ko stopnjujemo obtežbo tal od nične do mejne vrednosti, sledimo širitvi področja v temeljnih tleh kjer je strižna odpornost izčrpana. To področje je omejeno z izolinijo količnikov varnosti $F = 1.0$.

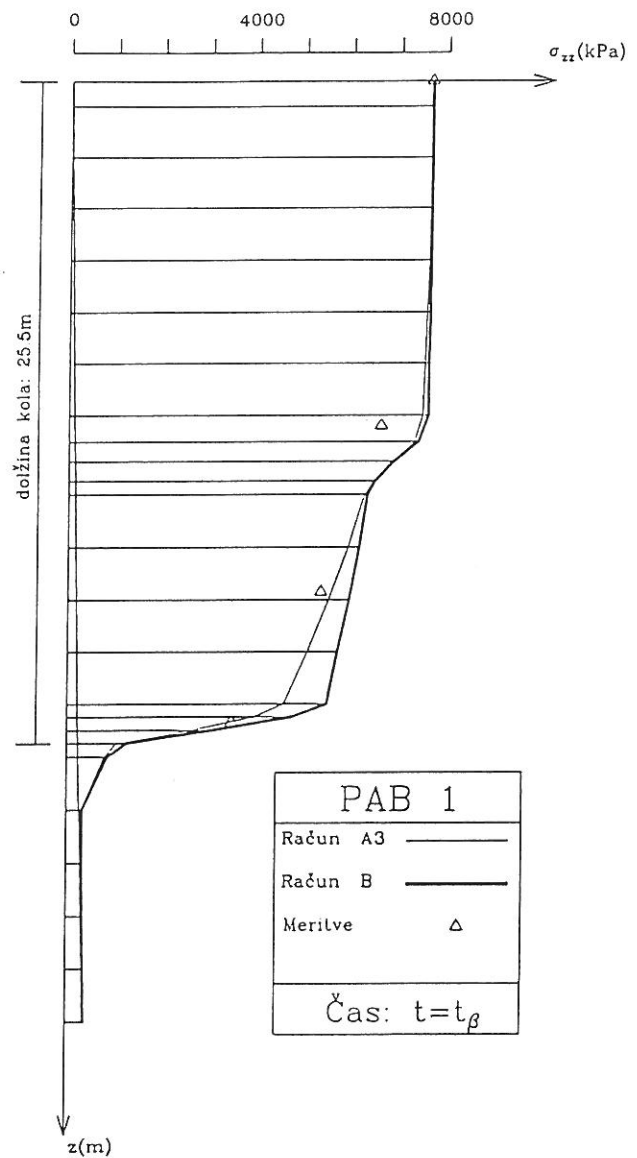
(c) Na kontaktu zelo različno deformabilnih materialov je nujna uporaba tankoslojnih končnih elementov.

Analiza prenosa obtežbe v temeljna tla preko osamljenega vertikalnega kola



Slika 10. Primerjava izmerjenih in izračunanih časovnih sovisnic pomikov vrha kola dolžine 25.5 m; debelina stisljivih tal ob kolu je 24.5 m, dno kola je v gostem gruščnatem materialu; A3) po zabitju kola je privzeto v tleh hidrostatsko napetostno stanje B) pod kolom je v gruščnatem materialu upoštevana po zabitju kola povečana gostota.

Prenos vertikalne obtežbe v temeljna tla preko osamljenih kolv je bil analiziran s programom OSA. Na osnovi številnih primerjalnih analiz, ki jih je izvedel Vogrinčič leta 1992, kjer so bili rezul-



Slika 11. Potek σ_{zz} napetosti vzdolž osi kola; primerjava izmerkov z rezultati numeričnih analiz A3 in B.

tati numeričnih analiz primerjani z rezultati drugačnih računskih postopkov in z izmerki na terenu lahko zaključimo sledeče:

(a) Kvaliteta rezultatov numerične analiza prenosa vertikalne obtežbe preko kolov v temeljna tla po metodi končnih elementov najbolj zavisi od načina, kako upoštevamo spremembo napetostno deformacijskega stanja v temeljnih tleh v okolici kola po zabitju le tega. To je razvidno s slike 10, kjer so primerjani izmerjeni posedki nekega kola z rezultati dveh numeričnih analiz.

(b) Rezultati numeričnih analiz po MKE dajejo dober vpogled v spremembo napetostno deformacijskega stanja v okolici kola, ki je posledica obremenitve kola. Iz rezultatov takšnih analiz je razviden mehanizem prenosa obtežbe (delež, ki ga prevzame zemljina ob trupu kola s trenjem in delež obtežbe, ki se prenese preko dna kola v tla; glej sliko 11), nastanek in velikost področij v temeljnih tleh kjer je izčrpana strižna odpornost zemljine in časovni razvoj posedkov kola po njegovi obremenitvi.

(c) V dosedanjih raziskavah še nismo uspeli izkazati za vertikalno obremenjene kole mejnih obtežb. Vsekakor pa analize z metodo končnih elementov omogočajo študijo raznih vplivov (lezenje tal, konsolidacija, premiki togege kola ob zemljini, itd.) na časovno spremembo nosilnosti zabityh kolov.

Parametrična študija ponašanja cestnih nasipov nad ojačanim površjem temeljnih tal

S programom KARTA smo izvedli več parametričnih študij s katerimi smo ugotovili:

(a) Vpliv armaturnih mrež majhne togosti (n.pr: plastične mreže) ima na posedke in varnost pod nasipi majhen vpliv.

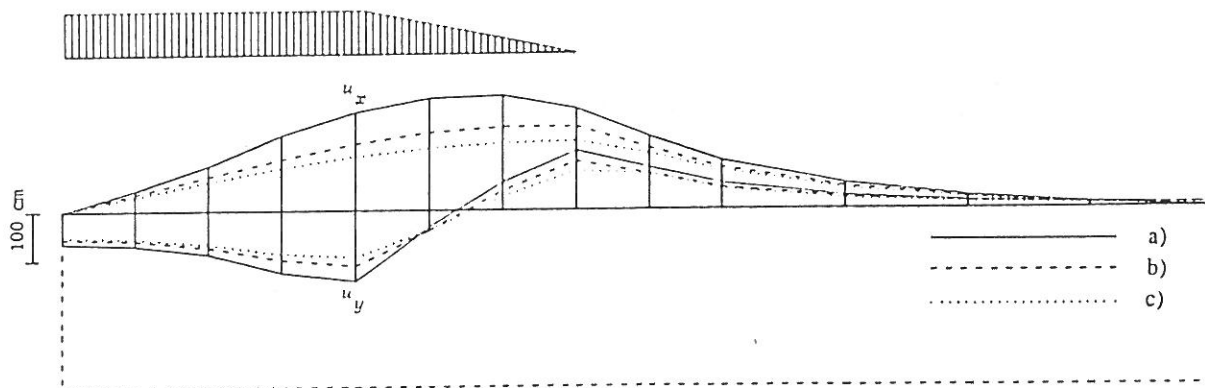
(b) Armatura na površju tal pod nasipi je učinkovita v primerih, ko uporabimo zelo togo armaturo, armatura manjših togosti pa takrat kadar poteka gradnja nasipov zelo hitro in pri večjih debelinah slabonosilnih temeljnih tal.

(c) Armatura ima ugoden vpliv na zmanjšanje diferenčnih posedkov vzdolž prečnega profila nasipa, zmanjšuje bočne deformacije tal pod nasipom in povečuje varnost napram porušitvi temeljnih tal. Ti vplivi armiranja površja slabo nosilnih tal so prikazani na slikah 12 in 13 z rezultati ene izmed izvedenih analiz po metodi končnih elementov.

(d) Ker je učinek armiranja temeljnih tal odvisen od mnogih parametrov (debelina in kvaliteta temeljnih tal; količina, razpored in togost armature; način in hitrost gradnje nasipa ...), mora biti odločitev o uporabi armiranja slabo nosilnih tal vselej rezultat ekonomske in tehnične presoje. Zадnjo omogočajo prav analize izvedene po metodi končnih elementov.

Analiza pilotnih podpornih konstrukcij

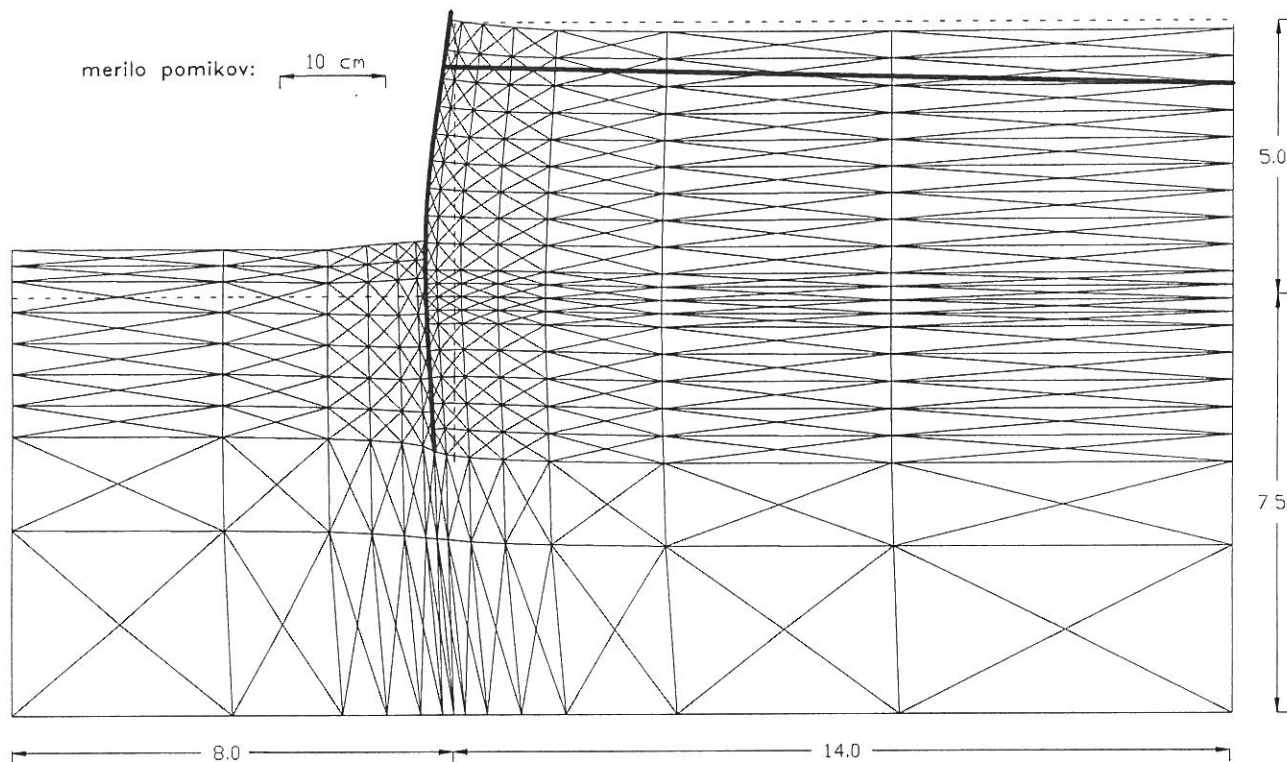
Obnašanje pilotnih sten, s katerimi varujemo n.pr. izkop globoke gradbene jame, smo analizirali s programom BOJAN. Analize, ki sta jih izvedla Pulko in Logar leta 1993, so bile primerjane z običajnimi postopki, ki jih uporabljamo v vsakdanji praksi. Zaključke teh primerjav lahko strnemo v naslednje točke:



Slika 12. Horizontalni in vertikalni pomiki površja temeljnih tal za tri različne primere: a) nearmirano površje, b) armirano z 1 plastično mrežo na površju tal, c) 2 plastični mreži na površju.



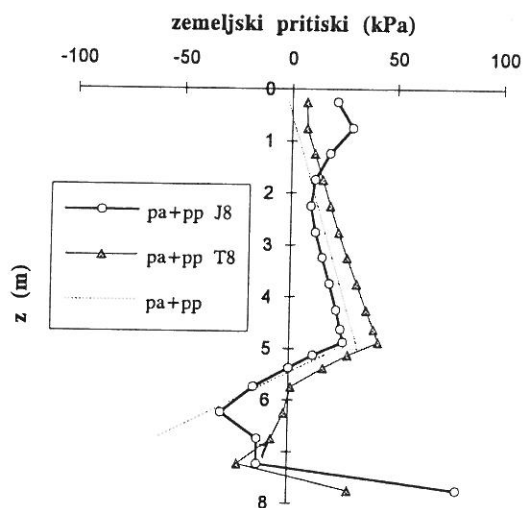
Slika 13. Izolinije količnikov varnosti v temeljnih tleh za tri različne primere: a) nearmirano površje, b) armirano z 1 plastično mrežo na površju tal, c) 2 plastični mreži na površju.



Slika 14. Deformirana mreža končnih elementov, ki diskretizirajo temeljna tla; globina izkopa je 5 m.

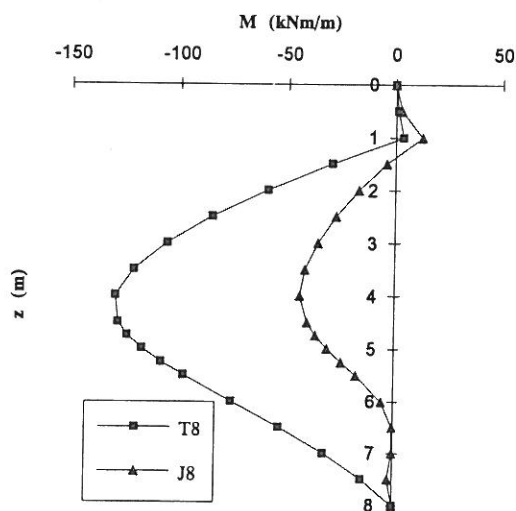
(a) Z uporabo elastoplastične analize po MKE imamo vpogled tudi v deformacije pilotne stene in zemljine. Šele način deformiranja pilotne stene namreč opravičuje uporabo ustreznih zdrsnih zemeljskih pritiskov (aktivnih ali pasivnih). Program omogoča študijo vpliva različnih parametrov na razpored zemeljskih pritiskov, upogibnih momentov in sidrni sil.

Rezultate analiz v grafični obliki za enkrat sidrano 8 m dolgo jekleno zagatno steno (primer J8) v primerjavi s sicer enako vendar togo pilotno steno (primer T8) podajamo na slikah 14 do 17.



Slika 15. Zemeljski pritiski na 1 krat sidrano pilotno steno.

(b) Računi, ki jih uporabljamo v vsakdanji inženirski praksi, so ob upoštevanju ustreznih količnikov varnosti za aktivne in pasivne zemeljske pritiske na varni strani, zlasti v smislu globalne varnosti (prevrnitev, prekomerne deformacije, ipd.). Pri enkrat sidranih pilotnih stenah pa prekomerna globina vpetja povzroči manjše deformacije stene, zato večje pritiske v zaledju stene in s tem večje upogibne momente in sidrno silo.

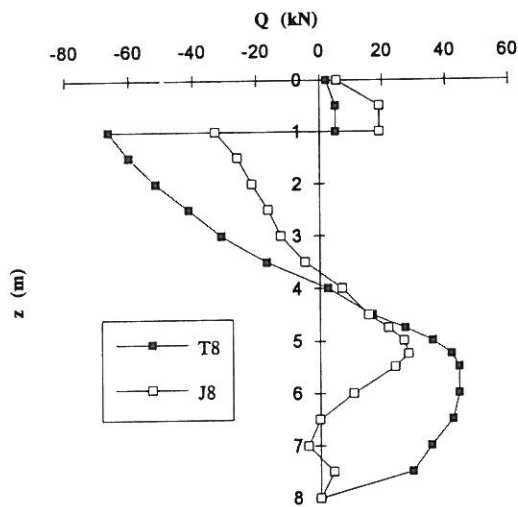


Slika 16. Upogibni momenti v enkrat sidrani pilotni steni.

(c) Trenje med pilotno steno in zemljino vpliva na zmanjšanje

notranjih statičnih količin v steni in s tem poveča varnost konstrukcije. Tega ugodnega vpliva običajno ne upoštevamo.

(d) Togost pilotne stene nima izrazitega vpliva na razpored zemeljskih pritiskov, močno pa vpliva na velikost upogibnih momentov in sidrne sile. Bolj toga stena mora prevzeti večje upogibne momente.



Slika 17. Prečne sile v enkrat sidrani pilotni steni.

ZAKLJUČKI

Na osnovi prikaza nekaterih rezultatov numeričnih analiz po metodi končnih elementov z razvitimi računalniškimi programi na Katedri za mehaniko tal FAGG lahko zaključimo, da je metoda končnih elementov zelo primerna numerična analiza pri reševanju številnih problemov v geotehniko. Uporabnost te metode stopnjuje hiter razvoj kvalitetnih osebnih računalnikov in teoretičnih znanj na področju numeričnih analiz ter reologije zemljin. Žal temu razvoju ne sledi tako dobro tudi razvoj terenske in laboratorijske opreme za določitev fizikalnih lastnosti zemljin.

Zmotno je mišljenje, da bodo v bližnji prihodnosti odpadle vse klasične računske metode za reševanje problemov v geotehniko na račun numeričnih metod. Uporaba različnih numeričnih metod (n.pr.: metode končnih elementov) služi in bo služila prvenstveno pri reševanju najzahtevnejših problemov in za parametrične študije posameznih vplivov na ponašanje temeljnih tal.

Za kvalitetne analize je vsekakor potreben dober računalniški program, ki vključuje uporabo preverjenih numeričnih postopkov, dobrih končnih elementov (tudi prostorskih) predvsem pa možnost uporabe različnih konstitutivskih zvez (reoloških modelov), ki pri

določenemu problemu najboljše popišejo obnašanje zemljin.

PRIZNANJA

V prispevku so prikazani rezultati numeričnih analiz, ki so pretežno rezultati dela raziskovalne skupine Katedre za mehaniko tal FAGG na raziskovalnem projektu "Napoved ponašanja mehkih tal pod cestnimi nasipi", ki sta ga financirala US Department of transportation in Raziskovalna skupnost Slovenije in na raziskovalnem projektu "Konsolidacija in lezenje tal", ki ga financira Ministrstvo za znanost in tehnologijo Republike Slovenije. Grafični prikaz rezultatov je delno povzet iz Magistrske naloge J. Logarja in Doktorskih disertacij B. Majesa in G. Vogrinčiča.

LITERATURA

- Gaberc, A., Vidmar, S. (1986). Poizkusni nasip na malo nosilnih tleh, Saopštenja XVI Savetovanja Jugoslovenskog društva za mehaniku tla i fundiranje, Knjiga II, 181-194, Arandjelovac.
- Logar, J. (1990). Vpliv armiranja temeljnih tal na posedke in varnost cestnih nasipov, Magistrska naloga, FAGG, Ljubljana.
- Logar, J., Majes, B. (1992). Numerična analiza učinka armiranja temeljnih tal pod cestnimi nasipi, Gradbeni vestnik 9-10, Ljubljana 1992, 203-208.
- Logar, J., Pulko, B. (1993). Elastoplastična analiza pilotnih sten, Zbornik 1. posvetovanja slovenskih geoteknikov, Bled.
- Majes, B. (1990). Dvodimenzionalna konsolidacija nelinearnih viskoznih zasičenih zemljin, Doktorska disertacija, Univerza v Ljubljani, Ljubljana.
- Majes, B., Šuklje, L. (1990). Pregled raziskav vpliva lezenja na konsolidacijo zemljin, Gradbeni vestnik 9-10-11, Ljubljana 1990, 205-209.
- Majes, B., Logar, J. (1992). Uporaba deformacijskih izotah v analizi konsolidacije tal, Gradbeni vestnik 1-2, Ljubljana 1992, 55-60.
- Majes, B., Gaberc, A. (1992). Reliability of analyses of slope stability. Sbornik prispevku 20. konference Zakladani staveb, Brno 1992, 24-31.
- Šuklje, L., Majes, B., Kovačič, I. (1985). Previous secondary consolidation in a Soil model. Constitutive Laws of Soils, the Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, Tokyo 1985, Paper No. 13, 4p. Ponatisnjeno v: Univerza v Ljubljani, Acta Geotechnica 93, Ljubljana 1986.
- Šuklje, L., Majes, B. (1989). Consolidation and creep of soils in plane-strain conditions, Géotechnique, Vol. XXXIX, No. 2, 231-250, ponatisnjeno v: Acta Geotechnica, Univerza Edvarda Kardelja v Ljubljani, No. 98-a.
- Šuklje, L., Majes, B. (1991). Influence of the density of finite element network on consolidation analysis, Géotechnique, Vol. XLI, No. 1, 1991, 139-142.
- Vogrinčič, G. (1992). Analiza prenosa obtežbe v tla po kolu, Doktorska disertacija, Univerza v Ljubljani, Ljubljana.