STABILNOSTNE ANALIZE NA VERJETNOSTNI OSNOVI

PROBABILITY BASED SLOPE STABILITY CALCULUS

ZDENKO ZORIČ, mag., ZRMK Ljubljana IGTC,
LUDVIK TRAUNER, prof.dr., TF Univerze v Mariboru.

POVZETEK

V članku je prikazana uporaba teorije verjetnosti in matematične statistike na specifičnem področju stabilnostnih analiz. Kot računsko izhodišče služi znani Janbujev (1956) obrazec in izbrani postopki s področja teorije verjetnosti (Oblak, Butinar 1982) ter matematične statistike. Uporaba podanega modela verjetnostnega računa je prikazana na zglednem aplikativnem primeru.

SUMMARY

The paper presents applications of the theory of probability and mathematical statistics to a specific aspect of a slope stability calculus. As a calculating basis we used equations of Janbu (1956) as well as some selected procedures from the theory of probability (Butinar, Oblak 1982) and mathematical statistics. The use of the proposed probability model is demonstrated on an application.

UVOD

Dobro znano deterministično metodo ugotavljanja varnostnega količnika proti zdrsu za poljubno oblikovano pobočje ali nasip moremo obravnavati z izbranimi postopki teorije verjetnosti in matematične statistike. Ti postopki se pojavljajo kot nadvse potrebno dopolnilo na vseh tistih področjih znanosti in vsakdanje prakse, kjer nastopajo elementi slučajnosti. Če poznamo problematiko terenskih in laboratorijskih preiskav zemljin, je očitno, da za področje stabilnostnih analiz pobočij zgornje trditve prav gotovo veljajo.

Članek podaja Janbujev obrazec za vrednotenje varnostnega količnika proti zdrsu, metode robustne statistike in približno metodo verjetnostnega računa, temelječo na Taylorjevem razvoju funkcije okoli določene točke.

Zgleden praktični primer prikazuje uporabo izbranega računskega modela.

TEORETIČNE OSNOVE

Janbujev deterministični obrazec za izračun količnika varnosti proti zdrsu se glasi :

$$F = \frac{\sum\left[(\Delta V + P_i - u\Delta x)tg\varphi + c\Delta x\right]\dfrac{1+tg^2 v}{1+tg\varphi tg v/F}}{H+\sum(\Delta V + P)tg v} \qquad (1)$$

Maso zemljine, omejeno z drsnimi ploskvami, razdelimo na lamele. Konfiguracijo terena in slojev zemljine aproksimiramo z lomljenimi oziroma krožnimi črtami. Posamezne odseke razdelimo na lamele širine Δx. Težo posamezne lamele ΔV izračunamo kot vsoto tež posameznih slojev v lameli.

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{m}(y_i - y_{i+1})\gamma_{i+1}\Delta x \qquad (2)$$

x....širina lamele
γ....prostorninska teža i-tega sloja
y....ordinate terena oziroma slojev
P_i...i-ta vertikalna obremenitev
u....porni tlak
c.....kohezija na porušnici
φ....strižni kot na porušnici
v....kot tangente na drsino v posamezni lameli
H...horizontalna obtežba
m...število slojev

Na kratko opisani računski postopek deluje v iteracijah tako, da vstavlja v enačbo (1) nove vrednosti za F (izhodiščna je 1.0) in sicer:

F_s = $(F_r + F)/2$ toliko časa, dokler ni $F_r \cong F$.

Zgoraj navedeni obrazci zadoščajo za deterministični pristop k določevanju količnika varnosti proti zdrsu. V primeru, ko želimo takšen pristop dopolniti s probabilističnim, moramo v tem smislu predelati tako vhodne podatke kakor tudi izhodiščne in seveda vse spremljajoče obrazce.

Ker je praviloma nabor vhodnih podatkov v praksi zelo skromen in tako ne poznamo njihove porazdelitvene funkcije $F_X(x)$, smo se odločili za njihovo grobo statistično obdelavo z naslednjimi številskimi pokazatelji:

m = matematično pričakovanje

$$m = \frac{1}{n-1}\sum_i x_i \tag{3}$$

s = standardni odklon

$$s = \sqrt{\frac{1}{n}\sum (x_i - m_x)^2} \tag{4}$$

v = koeficient variacije

$$v = \frac{s}{m}100 \tag{5}$$

n - število vhodnih podatkov

x = γ ali c_m ali φ_m

Nadalje imamo na verjetnostnem prostoru definiranih n neodvisnih slučajnih spremenljivk x_i (i = 1 do n) in naj je $y=f(x_i)$ Borelova funkcija. Tedaj je $y=f(x_i)$ slučajna spremenljivka. Ker v praksi praktično ne poznamo porazdelitvene funkcije slučajnih spremenljivk x_i, seveda tudi ne moremo izračunati porazdelitvene funkcije slučajne spremenljivke y; zato smo se odločili za približni izračun številskih karakteristik m_y in s_y, ki temelji na Taylorjevem razvoju funkcije $f(x_i)$ okoli točke m_{xi}. Če je funkcija $f(x_i)$ zvezna in ima vse odvode za $x=m_{xi}$, potem velja:

$$f(x_i) = f(m_{x_i}) + \sum_{i=1}^{n}\frac{\delta f}{\delta x_i}(x_i - m_{x_i}) +$$

$$+0.5\left[\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta^2 f}{\delta x_i^2}(x_i - m_{x_i})^2 + \right.$$

$$\left. +2\sum_i\sum_j \frac{\delta^2 f}{\delta x_i \delta x_j}(x_i - m_{x_i})(x_j - m_{x_j})\right] + R_3 \tag{6}$$

Parcialne odvode (i, j= 1 do n) računamo v točkah m_{xi}. V nadalnjih izvajanjih $|R_3|$ zanemarimo in uporabimo izraz (6) kot zadovoljiv približek za določitev matematičnega pričakovanja in standardnega odklona. Tako lahko matematično pričakovanje izraza (6) zapišemo:

$$m_y = f(m_{x_i}) + 0.5\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta^2 f}{\delta x_i^2}s_{x_i}^2 \tag{7}$$

Če v izrazu (7) zanemarimo drugi člen v vsoti, dobimo aproksimacijo za m_y:

$$m_y = f(m_{x_i}) \tag{8}$$

Izračun za s_y izvedemo na osnovi izraza:

$$s_y^2 = E((y - m_y)^2) = E(y^2) - m_y^2 \tag{9}$$

Za izračun $E(y^2)$ uporabimo izraz (6) in dobimo:

$$E(y^2) = (f(m_{x_{oi}}))^2 + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\delta f}{\delta x_i}\right)^2 s_{x_i}^2 +$$

$$+ f(m_{x_i})\sum_{i=1}^{n}\frac{\delta^2 f}{\delta x_i^2}s_{x_i}^2 +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\delta f}{\delta x_i}\right)\left(\frac{\delta^2 f}{\delta x_i^2}\right)E((x_i - m_{x_i})^3) \tag{10}$$

Pri tem zanemarimo člene četrte stopnje. Če sedaj vstavimo izraza (7) in (10) v izraz (9) dobimo:

$$s_y^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\delta f}{\delta x_i}\right)^2 s_{x_i}^2 +$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\delta f}{\delta x_i}\right)\left(\frac{\delta^2 f}{\delta x_i^2}\right)E((x_i - m_{x_i})^3) \tag{11}$$

Drugi člen v izrazu (11) običajno zanemarimo in tako dobimo za s_y naslednji izraz:

$$s_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\delta f}{\delta x_i}\right)^2 s_{x_i}^2} \tag{12}$$

Z upoštevanjem obrazcev (8), (12) in (1) dobimo:

$$m_F = f(m_V, m_{c_m}, m_{\varphi_m}) \tag{13}$$

$$s_F = \sqrt{\left(\frac{\delta F}{\delta m_V}\right)^2 s_V^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta m_{c_m}}\right)^2 s_{c_m}^2 + \left(\frac{\delta F}{\delta m_{\varphi_m}}\right)^2 s_{\varphi_m}^2} \tag{14}$$

kjer pomeni :

$$s_V = \frac{\delta V}{\delta m_\gamma} s_\gamma \tag{15}$$

$$\frac{\delta V}{\delta m_\gamma} = (y_i - y_{i+1})\Delta x \tag{16}$$

$$\frac{\delta F}{\delta m_V} = \frac{[FAK3 \cdot AC \cdot tg(m_\varphi) - FAK3 \cdot tgv \cdot AB]}{FAK3 \cdot AC^2} \tag{17}$$

$$\frac{\delta F}{\delta m_c} = FAK2 \cdot \Delta x / FAK3 \cdot AC \tag{18}$$

$$\frac{\delta F}{\delta m_\varphi} = \frac{F \cdot FAK2(F \cdot T - tgv \cdot m_c \Delta x)}{AC \cdot \cos^2(m_\varphi)(F + tgvtg(m_\varphi)/F)^2} \tag{19}$$

$$AB = FAK1 \cdot FAK2 / FAK3 \tag{20}$$

$$AC = (\Delta V + P)tgv \tag{21}$$

$$FAK1 = (\Delta V + P - u\Delta x)tg(m_\varphi) + m_c \Delta x \tag{22}$$

$$FAK2 = 1 + tg^2 v \tag{23}$$

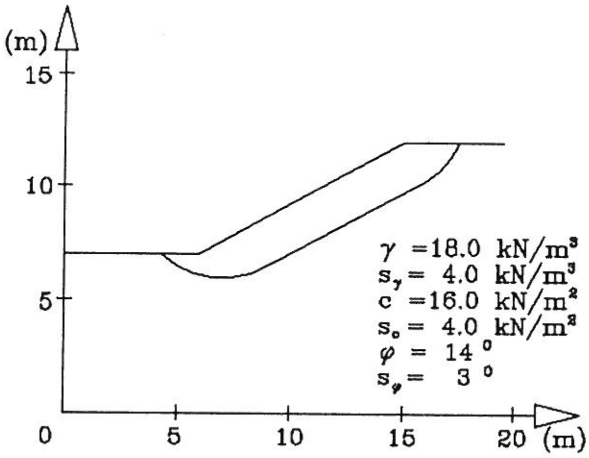
$$FAK3 = 1 + tgvtg(m_\varphi)/F \tag{24}$$

PRAKTIČNI PRIMER

Vsi vhodni podatki za testni primer so podani v priloženi preglednici 1 in v sliki 1:

Preglednica 1

(opis objekta)
test
test
test
(topološki podatki)
7 3 1
4.30 6.00 8.00 10.00 12.50 15.00 17.50
7.00
7.00
8.15
9.25
10.65
12.00
12.00
4.30 9.00 16.00 17.50
7.00 6.50 10.40 12.00
4.00 999.00 4.00
(porni tlaki)
0
(fizikalne karakteristike zemljin)
1
18.00 - prostorninska teža
4.00 - standardni odklon
16.00 - kohezija
4.00 - standardni odklon
14.00 - strižni kot
3.00 - standardni odklon
(nivo podtalne vode)
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
(horizontalna sila)
0.00



Slika 1: Slikovni prikaz vhodnih podatkov.

Če uporabljamo računalniški program JANBUS in če upoštevamo zgornje vhodne podatke, dobimo naslednji rezultat:

```
==============================
TF Maribor - LMT          Program JANBUS
  Opis objekta : test
  Profil       : test
  Preiskava    : test
-----------------------------------------
1. varnostni količnik      F=2.128239
1. standardni odklon       sF=0.411681
==============================
```

ZAKLJUČEK

Menimo, da je opisani računski postopek dobrodošlo dopolnilo že ustaljenim determinističnim postopkom vrednotenja količnika varnosti proti zdrsu. Opisani postopek lahko z določenimi omejitvami brez težav uporabimo tudi na drugih področjih geotehnike, kot na primer pri računanju usedanja tal, dopustnih obremenitev, itd.

LITERATURA

Faith, Š. in Jurak, L. (1975). Raziskava stabilnosti pobočij in nasipov, VTŠ Maribor, Maribor.

Oblak, M. in Butinar, B. (1982). Dimenzioniranje Eulerjeve uklonske palice na verjetnostni osnovi, VTŠ Maribor, Maribor.

Šuklje, L. (1984). Mehanika tal, Univerza Edvarda Kardelja, Ljubljana.

Zorič, Z. (1990). Uporaba verjetnostnega računa v mehaniki tal - magistrsko delo, Univerza v Mariboru, Maribor.

Trauner, L., Zorič, Z. (1992). Probability based soil settlement calculus, Bulletins for applied mathematics, Budimpešta.

Trauner, L., Zorič, Z. (1992). Primer uporabe verjetnostnega računa v mehaniki tal, Zbornik 6. seminarja - Računalnik v gradbenem inženirstvu, Ljubljana.