

Polona KOGOVŠEK
univ.dipl.inž.grad., SCT d.d.

Jure KLOPČIČ
univ.dipl.inž.grad., Univerza v Ljubljani, Katedra za mehaniko tal z laboratorijem

Janko LOGAR
doc.dr., univ.dipl.inž.grad., Univerza v Ljubljani, Katedra za mehaniko tal z laboratorijem

ENODIMENZIONALNA KONSOLIDACIJA TAL Z NAPETOSTNO ODVISNIMI MATERIALNIMI PARAMETRI

POVZETEK: Prispevek opisuje račun posedkov in časa, v katerem se posedki izvršijo, z napetostno odvisnimi materialnimi parametri (krajše nelinearnimi parametri). Obremenitev predstavlja brezkraina obtežba.

V opis je vključena tudi primerjava zgoraj omenjenega časa, računanega najprej s konstantnimi in nato še z nelinearnimi materialnimi parametri ter opis programa AJDA, ki smo ga razvili na Katedri za mehaniko tal z laboratorijem na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo, z namenom računanja posedkov in konsolidacijskega časa z nelinearnimi parametri.

Ugotovili smo, da se spreminja predvsem čas končane konsolidacije. V povprečju je ta, izračunan z nelinearnimi parametri, za kar polovico manjši od konsolidacijskega časa, izračunanega s konstantnimi parametri.

ONE-DIMENSIONAL CONSOLIDATION WITH STRESS-DEPENDENT MATERIAL PARAMETERS

SUMMARY: This paper describes the calculation of the settlements and their development during the consolidation process with strain-dependent material parameters (nonlinear parameters in short). The wide spread load was used in calculations.

We focused mainly on comparison of the consolidation process, calculated with constant and with nonlinear parameters. For consolidation analysis with nonlinear material parameters we used AJDA code which was developed on the Chair for soil mechanics with laboratory at the Faculty of Civil and Geodetic Engineering. The code itself is also shortly described in this paper.

The main difference the calculations with linear and nonlinear material properties is the required time period of the consolidation process.

UVOD

Konsolidacija je proces iztiskanja vode iz por zasičene zemljine zaradi obremenitve tal. Enodimenzionalno (vertikalno) konsolidacijo je Terzaghi opisal z difuzijsko enačbo, ki se glasi:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t}. \quad (1)$$

V enačbi (1) pomeni:

- u ... dodatni porni tlak zaradi obremenitve tal (kPa),
- c_v ... koeficient konsolidacije (m^2/s),
- t ... čas (s),
- z ... navpična koordinata (m),
- $\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t}$... sprememba totalnih tlakov v tleh zaradi spremembe obtežbe (kPa/s).

Enačbo (1) rešujemo ob upoštevanju robnih in začetnih pogojev. Robni pogoji so lahko: rob je prepusten ($u = 0$) ali neprepusten ($\frac{du}{dz} = 0$). Z začetnim pogojem definiramo začetno razporeditev dodatnih pornih tlakov z globino.

V praksi Terzaghijevo enačbo rešujemo v brezdimenzijski obliki $U_v = U_v(T_v)$, kjer je U_v stopnja konsolidacije in pomeni trenutni delež pričakovanega končnega posedka tal ali skrčka sloja, T_v pa je brezdimenzijski čas, izražen kot:

$$T_v = \frac{c_v \cdot t}{h^2} = \frac{k \cdot E_{oed} \cdot t}{\gamma_w \cdot h^2}. \quad (2)$$

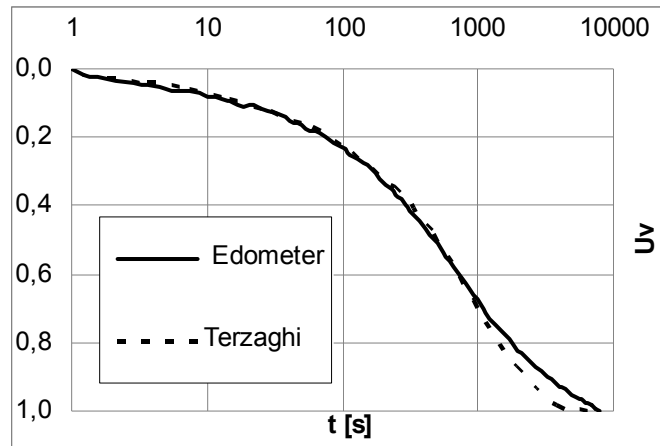
V enačbi (2) posamezne oznake pomenijo:

- k ... vodoprepustnost (m/s),
- E_{oed} ... Edometrski modul ali modul stisljivosti (kPa),
- γ_w ... prostorninska teža vode (kN/m^3),
- h ... drenažna debelina sloja.

Po Terzaghijevi teoriji velja, da dodatni porni tlaki upadejo na zanemarljivo vrednost, ko doseže časovni faktor T_v vrednost 2. Teoretično je tedaj stopnja konsolidacije 99,4%.

Pri praktičnem reševanju problema konsolidacije privzamemo, da sta vodoprepustnost k in edometrski modul E_{oed} po celotni globini sloja konstantna. Izračunani čas konsolidacije, ob upoštevanju teh predpostavk, ponavadi traja dlje kot kažejo meritve. Na to vplivajo mnogi dejavniki, v naravi predvsem prisotnost tankih bolj prepustnih slojev ali razpok, ki omogočajo znatno hitrejšo konsolidacijo od tiste, ki jo izračunamo na osnovi (previdnega) matematičnega modela, kjer teh drobnih, a pomembnih posebnosti v tleh, praviloma ne upoštevamo. Del razloga za hitrejši potek konsolidacije pa tiči tudi v nelinearnosti materialnih lastnosti – stisljivosti ter vodoprepustnosti, kot bomo pokazali v nadaljevanju.

Primerjava teoretične in merjene krivulje posedanja s časom za 2 cm debel edometrski vzorec (slika 1) pokaže pričakovano generalno ujemanje obnašanja. Občutnejša razlika se pojavi le ob koncu, ko je primarna konsolidacija pri koncu in že prevladuje viskozni upor.



Slika 1. Primerjava časovnih potekov konsolidacije za edometriški vzorec: meritev in Terzaghijeva teorija

NAPETOSTNO ODVISNE LASTNOSTI ZEMLJIN

Vodoprepustnost

Vodoprepustnost določa hitrost pronicanja vode skozi pore zemljine. Vodoprepustnost je odvisna od poroznosti, zato jo najpogosteje izrazimo v odvisnosti od količnika por. Dve najpogostejši aproksimaciji sta potenčna in eksponentna.

Eksponentna aproksimacija vodoprepustnosti

Tu je $\log k$ prenosorazmeren s količnikom por e , oz. $k \propto \exp(e)$. Tako se enačba funkcije $k(e)$ glasi:

$$k = k_0 \exp(k_3 e), \quad (3)$$

kjer sta k_0 in k_3 materialna parametra zemljine in ju določimo na podlagi narejenih preizkusov. To odvisnost je v svojih delih uporabljal Šuklje (Šuklje, 1989).

Potenčna aproksimacija vodoprepustnosti

Leta 1979 je Somogyi predlagal opis prepustnosti v obliki potenčne funkcije $k(e)$:

$$k = C e^D, \quad (4)$$

kjer sta C in D materialna parametra, e pa količnik por.

Stisljivost zemljine

Zvezo med spremembo prostornine in efektivnimi napetostmi imenujemo krivulja stisljivosti, ki jo lahko razdelimo v obremenilni (kompresijski) in razbremenilni del. Podobno kot smo vodoprepustnost modelirali na dva načina, navajamo tudi dve iz literature znani možnosti za opis krivulje stisljivosti.

Logaritmični model:

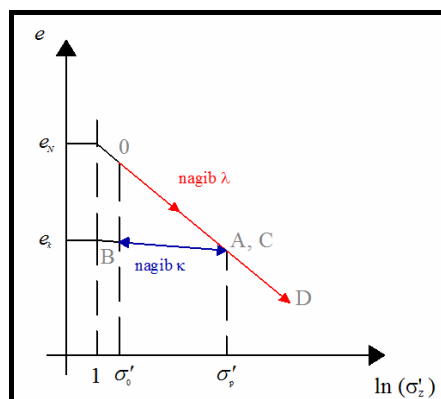
Zveza med količnikom por e in logaritmom vertikalnih napetosti σ'_z se v enoosnih deformacijskih pogojih opiše ločeno za obremenitev in ločeno za razbremenitev ali ponovno obremenitev.

Prvo obremenitev predstavlja obremenilna krivulja - OAD na sliki 2. Matematični zapis obremenilne veje krivulje stisljivosti podaja enačba (5).

$$e = e_N - \lambda \cdot \ln(\sigma'_z) \quad (5)$$

Razbremenjevanje in ponovno obremenjevanje prikazuje razbremenilna krivulja - BC na sliki 2, njen matematični zapis pa enačba (6).

$$e = e_k - \kappa \cdot \ln(\sigma'_z) \quad (6)$$



Slika 2. Krivulja količnika por v odvisnosti od logaritma napetosti

Potenčni model:

Lui in Znidarčič sta leta 1991 predlagala potenčno zvezo med parametri stisljivosti v obliki:

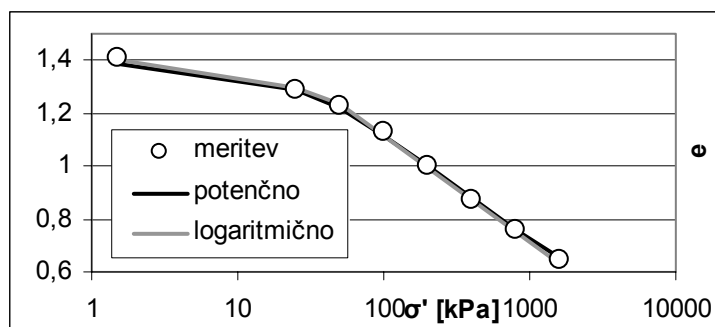
$$e = A(\sigma'_i + Z)^B, \quad (7)$$

kjer so A , B in Z materialni parametri.

Izkazalo se je, da zveza, zapisana pod enačbo (7), dobro opiše konsolidacijske karakteristike in dobro modelira obnašanje mehkih zemljin. Poleg tega jo lahko apliciramo tudi na prekonsolidirane materiale.

Primerjava potenčnega in logaritmičnega modela

Tako logaritmični kot potenčni model stisljivosti, dobro opišeta merjeno krivuljo stisljivosti (slika 3).



Slika 3. Primerjava potenčnega in logaritmičnega modela stisljivosti

RAČUN Z NELINEARNIMI PARAMETRI

Pri računu z nelinearnimi parametri rešujemo parcialno diferencialno enačbo:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad (8)$$

ki jo numerično rešimo z diferenčno metodo. Pri numeričnem izračunu najprej diskretiziramo tla na n delov in tako dobimo $n+1$ točk. Odvode v točki i nadomestimo z diferenčnimi nastavki, da dobimo difuzijsko enačbo v diferenčni obliki:

$$\frac{u_i(t_2) - u_i(t_1)}{\Delta t} = c_v \frac{u_{i+1}(t_2) - 2u_i(t_2) + u_{i-1}(t_2)}{\Delta z^2}. \quad (9)$$

Enačbo (9) zapišemo za točko 2:

$$\frac{u_2 - u_2^0}{\Delta t} = \frac{c_v}{\Delta z^2} (u_3 - 2u_2 + u_1), \quad (10)$$

kjer u^0 predstavlja porni tlak pri predhodnem času t_1 in je znan, ter u porni tlak pri naslednjem času t_2 , ki je neznan.

Uvedemo novo spremenljivko $A = \frac{\Delta t \cdot c_v}{\Delta z^2}$, jo vstavimo v enačbo (10) in jo uredimo:

$$A \cdot u_1 + (-1 - 2 \cdot A) \cdot u_2 + A \cdot u_3 = -u_2^0. \quad (11)$$

Enačbo (11) zapišemo še za ostale točke in vse skupaj ob upoštevanju robnih pogojev zapišemo v matrični obliki. Pri tem upoštevamo tudi, da se A z globino spreminja.

Sistem enačb:

- spodaj je neprepusten rob

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ A_1 & -1 - 2 \cdot A_1 & A_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & -1 - 2 \cdot A_2 & A_2 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{n-2} \\ u_{n-1} \\ u_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -u_1^0 \\ \vdots \\ -u_{n-2}^0 \\ -u_{n-1}^0 \\ -u_n^0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

Če je spodaj prepusten rob, je zadnja enačba v sistemu analogna prvi, saj so možni robni pogoji naslednji:

Zgoraj: $u_0 = 0$... prepusten rob

Spodaj: $u_n = 0$... prepusten rob

$$u_n' = 0 \text{ ... neprepusten rob} \rightarrow \frac{u_n - u_{n-2}}{2\Delta z} = 0 \rightarrow u_n - u_{n-2} = 0$$

Z rešitvijo sistema enačb (12) dobimo vektor dodatnih pornih tlakov v trenutnem času.

Ker poznamo tudi začetne efektivne napetosti σ'_i , lahko v vsaki točki izračunamo trenutne efektivne napetosti $\sigma'_i(t)$. Ko poznamo trenutne efektivne napetosti $\sigma'_i(t)$, lahko v vsaki točki izračunamo količnik por $e = e(\sigma'_i)$, prepustnost $k = k(e)$ in edometriški modul $\sigma'_i \rightarrow E_{oed}$.

Posedek ρ smo pri razvoju programa za primerjavo in za preverjanje numerične stabilnosti algoritma računali na dva načina:

a) preko količnika por e

$$\varepsilon_i = \frac{e_i(t) - e_i(t + \Delta t)}{1 + e_i(t)}, \quad (13)$$

kjer so:

- ε_i ... deformacija i-tega sloja
- $e_i(t)$... količnik por i-tega sloja v predhodnem času
- $e_i(t + \Delta t)$... količnik por i-tega sloja v trenutnem času

$$\Delta\rho_i = \varepsilon_i \cdot \Delta z, \quad (14)$$

kjer sta:

- $\Delta\rho_i$... posedek i-tega sloja
- $\rho = \sum(\Delta\rho_i)$... celoten posedek

b) preko dodatnih pornih tlakov u_i

Tu smo upoštevali, da je sprememba pornih tlakov Δu enaka spremembi efektivnih napetosti $\Delta\sigma'_{zz}$.

Zato lahko rečemo, da je prirastek posedka enak $\Delta\rho = \frac{\Delta\sigma'_{zz}}{E_{oed}} = \frac{\Delta u}{E_{oed}}$. Tako je:

$$\Delta\Delta\rho_i = \frac{[u_{i+1}(t) - u_{i+1}(t - \Delta t)] + [u_i(t) - u_i(t - \Delta t)]}{2 \cdot E_{oed}(t)}, \quad (15)$$

kjer so:

- $\Delta\Delta\rho_i$... prirastek posedka i-tega sloja
- $\Delta\rho = \sum(\Delta\Delta\rho_i)$... prirastek celotnega posedka v času t
- $\rho(t) = \rho(t - \Delta t) + \Delta\rho$... celoten posedek v času t.

Program AJDA

Zgornje enačbe so bile vgrajene v programsko kodo v Matlabu, s pomočjo katere smo izvajali analize konsolidacije z nelinearnimi materialnimi parametri. Poimenovali smo jo AJDA. Poleg posedkov na enem sloju lahko računa tudi posedke večslojnih tal.

Za modeliranje vodoprepustnosti smo uporabili eksponentno funkcijo $k(e)$ in za modeliranje stisljivosti zemljine logaritmčni model.

Program CONDES0

Vzporedno smo izračune izvajali tudi v programu CONDES0, katerega avtorja sta Daniel T.C. Yao in Dobroslav Znidarčič (1997) z Univerze v Koloradu. CONDES0 je numerični algoritem za analizo enodimenzionalne konsolidacije z izsuševanjem mehkih, drobnozrnatih zemljin. Računa posedke enega sloja, kjer je razporeditev količnika por z globino lahko linearna oz. nelinearna.

Za modeliranje vodoprepustnosti uporablja potenčno funkcijo $k(e)$ in za modeliranje stisljivosti potenčni model $e(\rho)$.

RAČUNSKI PRIMERI

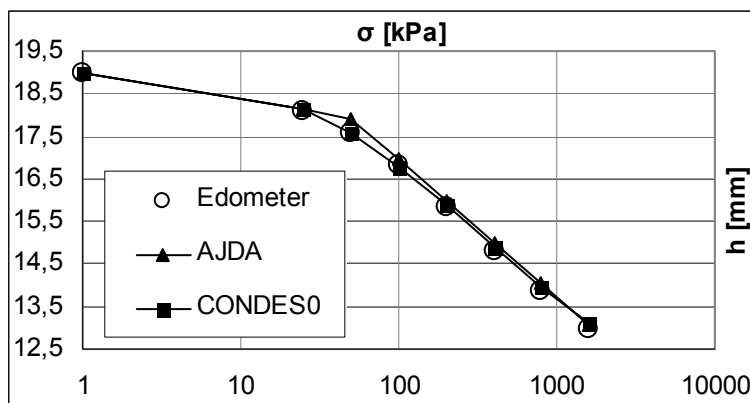
Simulacija edometra (visoko plastična morska glina)

Preglednica 1. Osnovni vhodni podatki in podatki za nelinearen izračun za CH glino

AJDA		CONDES0		SKUPNO	
e_0	1,405	A	3,60	γ_s [kN/m ³]	26,7
κ	0,040	B	-0,23	h [mm]	19
λ	0,175	C	1,3E-10	robni pogoji na vrhu	prepustno
σ_p [kPa]	50	D	3,11	robni pogoji na dnu	prepustno
k_0	2,3E-12	Z	61,46	obtežni vektor [kPa]	
k_3	4,0			[25 50 100 200 400 800 1600]	

Preglednica 2. Prikaz končnih višin in časov končane konsolidacije za CH glino

		končna višina [mm]			končana konsolidacija [h]	
		AJDA	Meritve v edometru	CONDES0	AJDA	CONDES0
bremenska stopnja [kPa]	25	18,1	18,1	18,1	1,8	2,4
	50	17,9	17,6	17,6	0,4	2,4
	100	16,9	16,8	16,8	1,7	1,7
	200	16,0	15,8	15,9	2,2	1,2
	400	15,0	14,8	14,9	0,8	1,0
	800	14,0	13,9	14,0	0,5	0,7
	1600	13,1	13,0	13,1	1,8	0,7

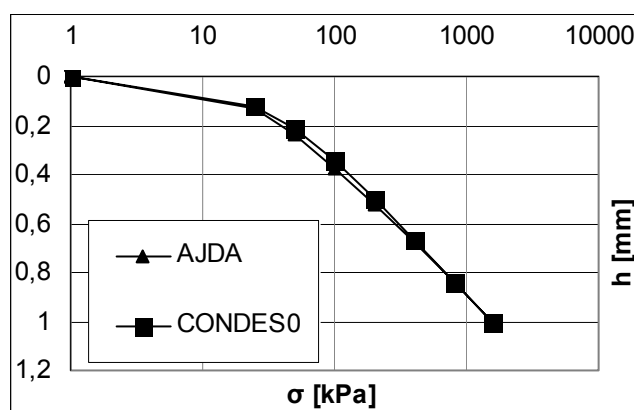


Slika 4. Krivulja stisljivosti CH – gline

Pri krivuljah stisljivosti (na sliki 4) opazimo, da se krivulje iz programa CONDES0 (potenčni model stisljivosti) primerno pokrijejo s tistimi, dobljenimi v edometru, rezultati programa AJDA (logaritmični model) pa se okoli prekonsolidacijskega tlaka odklonijo od pričakovanih vrednosti in se kasneje ponovno približajo. Tako obnašanje in velik pomen prekonsolidacijskega tlaka opazamo le pri analizah tankih edometriških vzorcev. Analize na več metrov debelih slojih tal ne izkazujejo takega obnašanja, kot dokazuje naslednji primer.

Sloj debeline 5 m

Podoben račun ponovimo na sloju debeline 5 m. Razdelimo ga na 5 računskih slojev in vsakemu od njih posebej določimo prekonsolidacijski tlak. Karakteristike zemljine so enake kot pri simulaciji edometra (visoko plastična morska glina). Rezultate nato primerjamo z normirano krivuljo stisljivosti, ki jo dobimo s programom CONDES0 (slika 5).



Slika 5. Krivulja stisljivosti 5 m sloja

Nasip na barju - račun posedka

Rezultate izračunov s programa AJDA smo primerjali tudi z dobro dokumentiranim realnim primerom - poskusni nasip v trasi južne ljubljanske obvoznice na temeljnih tleh tipične barjanske sestave. Pod površinskim slojem humusa leži 4 do 7 m debel sloj meljne glinje MH, imenovane polžarica. Sledi mu sloj glinastega melja MH-CH do globine 14 – 15 m in nato prod. Vrednosti materialnih parametrov smo vzeli iz disertacije (Logar, 1998). Pod nasipom so bile vgrajene vertikalne drenaže, zato nismo mogli primerjati časovnega poteka konsolidacije, temveč le velikost končnega posedka.

Preglednica 3. Materialni parametri temeljnih tal pod poskusnim nasipom

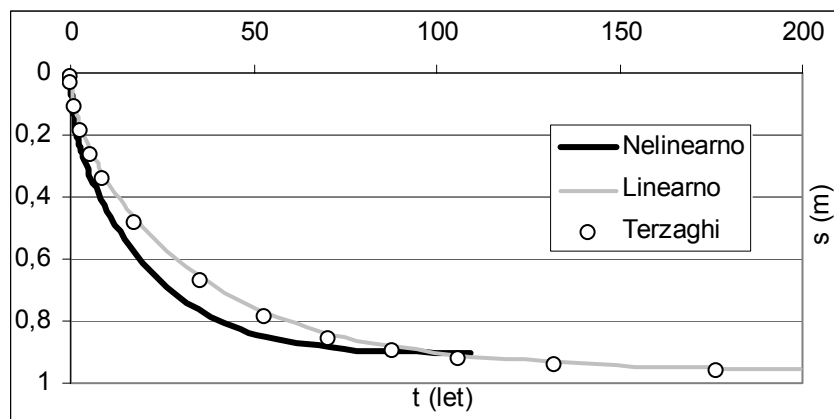
MH sloj		MH-CH sloj			
e_0	2,730	e_0	1,590	γ_s [kN/m ³]	26,0
κ	0,031	κ	0,016	h MH sloja [m]	6,3
λ	0,341	λ	0,198	h MH-CH sloja [m]	8,0
σ_p [kPa]	11	σ_p [kPa]	25	obtežba [kPa]	61
k_0	3,0E-9	k_0	2,0E-12	robni pogoji na vrhu	prepustno
k_3	0	k_3	4,24	robni pogoji na dnu	prepustno

$\rho_m = 150$ cm (posedek dobljen z meritvami) in $\rho_i = 146$ cm (posedek izračunan s programom AJDA)
Razlika merjenih in izračunanih posedkov je majhna in znaša le $\Delta\rho = 4$ cm ali 2,7% .

Konsolidacija klasično in z nelinearnim računom

Primerjavo med posedki, računanimi s konstantnimi parametri in posedki računanimi z nelinearnimi parametri smo naredili na primeru gline iz Luke Koper. Posedke s konstantnimi materialnimi parametri smo računali na dva načina: s programom AJDA in "peš".

12 m debel sloj gline smo obremenili z brezkraino obtežbo 80 kPa. Materialne parametre za nelinearno analizo smo dobili na podlagi poročil o geomehanskih laboratorijskih preiskavah. Za vrednosti λ , κ , e_0 in σ_p smo vzeli povprečne vrednosti vseh primerljivih preiskav: $\lambda = 0,164$, $\kappa = 0,048$, $e_0 = 1,383$ in $\sigma_p = 36,2$. Vodoprepustnost $k(e)$ smo modelirali z eksponentno funkcijo (enačba 3).



Slika 6. Primerjava časovnih potekov konsolidacije računanih s konstantnimi in nelinearnimi parametri za prepusten zgornji in spodnji rob

Končni izračunani posedek se z uporabo linearnega ali nelinearnega računa rahlo razlikuje, kar je predvsem posledica geometrijske nelinearnosti, saj se sloj med konsolidacijo krči, kar pri računu s programom AJDA upoštevamo, pri "peš" računu pa ne.

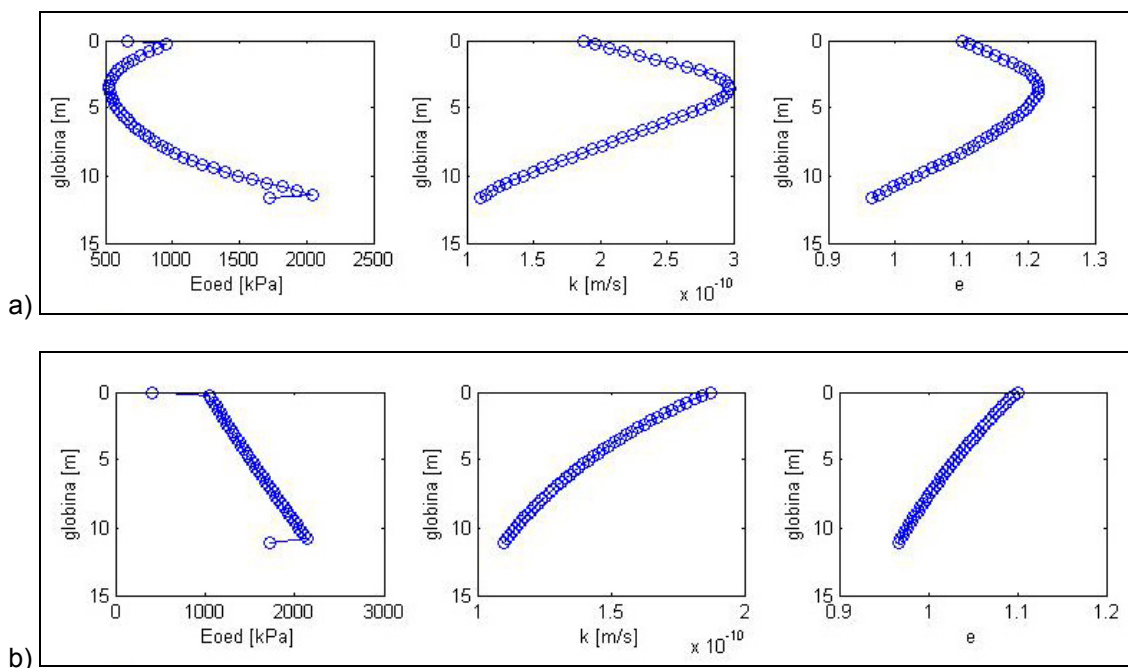
Preglednica 4. Primerjava velikosti posedkov in časa končane konsolidacije računanih s konstantnimi in nelinearnimi parametri za prepusten zgornji in spodnji rob

		posedek ρ [m]	čas dosežene 99,4% konsolidacije [let]	povprečni k [m/s]	povprečni E_{oed} [kPa]
12 m	konst. preko faktorja T_v	0,96	176	1,3E-10	996
	AJDA – konst.	0,96	199	1,3E-10	996
	AJDA – neline.	0,91	109	0,84E-10	1061

Precej pa se razlikuje časovni potek posedkov. Končni časi konsolidacije, izračunani z nelinearnimi parametri, so pogosto kar za polovico manjši od tistih, izračunanih s konstantnimi parametri, kar gre pretežno na račun geometrijske nelinearnosti, delno pa tudi na račun povečanja koeficienta konsolidacije z napredovanjem posedanja. Kako se spreminjata prepustnost in edometrijski modul po globini sloja med konsolidacijo nakazujeta sliki 7a in 7b.

Če se spomnimo slike 1, ki primerja realno obnašanje merjeno v edometru z računskim potekom konsolidacije, moramo priznati, da je končni čas konsolidacije močno odvisen od viskoznih učinkov in zato metode, ki tega ne zajamejo, niso primerne za opis konsolidacije v njeni zaključni fazi.

Kljub temu pa računi konsolidacije z nelinearnimi parametri kažejo na hitrejše posedanje vse od začetka procesa.



Slika 7. Izpis programa AJDA: a) potek edometriškega modula, vodoprepustnosti in količnika por z globino pri 30% konsolidacije ter b) enako pri 99,4% konsolidacije.

ZAKLJUČEK

Razvili smo program za račun vertikalne konsolidacije večslojnih tal ob upoštevanju napetostno odvisnih materialnih parametrov ter spremenljive geometrije (debeline slojev). Na nekaj računskih primerih smo preverili, kako upoštevanje geometrijske in materialne nelinearnosti vpliva na časovni razvoj posedekov v primerjavi s klasičnim računom po Terzaghiju, ki ga rutinsko uporabljamo pri vsakodnevnih računih konsolidacije.

Ugotovili smo, da se posedek z uporabo različnih metod računanja (s konstantnimi in nelinearnimi parametri) ne spreminja veliko. Spreminja pa se časovni razvoj konsolidacije. Računi z nelinearnimi parametri in spremenljivo geometrijo napovedo znatno hitrejšo poseganje tal. To (poleg morebiti ugodnejših drenažnih robnih pogojev) pojasni večkrat opaženo hitro poseganje tal v naravi v začetku konsolidacije, kar pa naj nas ne zavede, da bo zato poseganje vse do konca potekalo hitreje. Lahko pa je to vzpodbuda za pogostejšo uporabo preobremenitve pri gradnjah nasipov na mehkih tleh.

VIRI

- (1) Atkinson, J. 2007. The mechanics of soils and foundations, Second edition. 442 str.
- (2) Davison, L. 2001. Compression and swelling. Bristol, University of the West of England.
- (3) <http://environment.uwe.ac.uk/geocal/SoilMech/> (20.12.2007)
- (4) Logar, J. 1998. Uporabnost različnih konstitutivnih modelov v analizi konsolidacije tal. Doktorska disertacija. Ljubljana, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo: 263 str.
- (5) Šuklje, L., Majes, B. 1989. Consolidation and creep of soils in plane-strain conditions. Geotechnique, 1989, 39, No. 2, str. 231-250.
- (6) Yao, T., Znidarcic, D. 1997. User's Manual for Computer Program CONDES0. University of Colorado, Boulder, Department of Civil, Environmental and Architectural Engineering. 115 str.