

Sebastjan KUDER

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Jamova 2, Ljubljana
e-naslov: Sebastjan.Kuder@fgg.uni-lj.si

Janko LOGAR

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Jamova 2, Ljubljana
e-naslov: Janko.Logar@fgg.uni-lj.si

UPORABNIŠKO DEFINIRAN ANIZOTROPNI MATERIALNI MODEL V PROGRAMU PLAXIS

POVZETEK: Besedilo predstavlja anizotropen materialni model, ki upošteva anizotropijo materiala na osnovi posebnega skalarne parametra. Tovrsten koncept so v preteklosti razvili in uporabljali različni avtorji, v tem besedilu pa je predstavljen primer uporabe tega koncepta v računalniškem orodju za analizo po metodi končnih elementov.

Uporabljen materialni model je idealen elastoplastičen, anizotropijo pa upošteva v smislu ravninske izotropije. Skalarni anizotropni parameter je vključen v pogoj plastičnega tečenja.

Tako definiran model je vgrajen v računalniški program Plaxis. V besedilu je predstavljeno teoretično ozadje modela, rezultati simulacije laboratorijskega preizkusa enoosne tlačne trdnosti ter primerjalna študija med predlaganim modelom ter obstoječim anizotropnim modelom in sicer na primeru izkopa predora v mehki skrilavi kamnini.

USER DEFINED ANISOTROPIC CONSTITUTIVE MODEL IN PLAXIS COMPUTER PROGRAMME

ABSTRACT: The text presents an anisotropic constitutive model, which takes anisotropy into account by using a specially defined scalar parameter. This concept was developed and applied in the past by various authors. This text introduces an application of this concept to a computer programme which employs the finite element method.

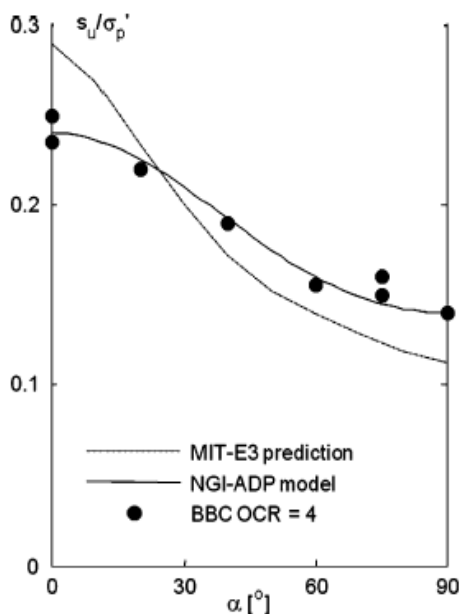
The constitutive model is elastic perfectly plastic and the anisotropy is described in a sense of transverse isotropy. The scalar anisotropic parameter is included in the plastic yield condition.

The model is included in the Plaxis computer programme as user defined model. The text initially describes theoretical background of the concept. After that the results of numerical simulations of axial compression tests are presented and also a comparison between proposed model and existing anisotropic constitutive model is included. This comparison is made on a hypothetical case of tunnel construction in soft foliated rock.

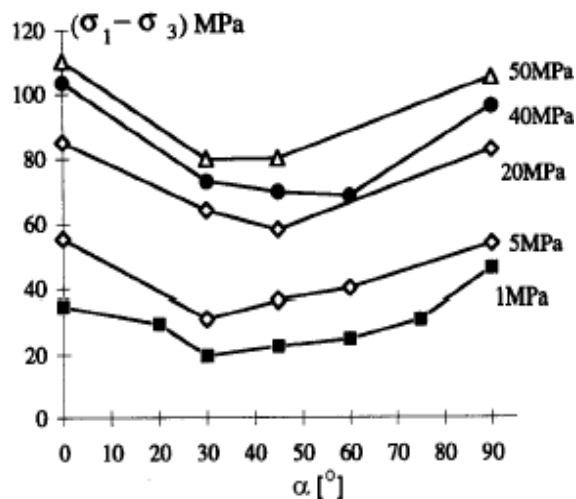
UVOD

Pojem anizotropija v mehaniki materialov označuje pojav, ko material pri obremenjevanju oziroma razbremenjevanju izkazuje različne trdnostne ali deformacijske lastnosti glede na glavne smeri tenzorja napetostnega stanja. Anizotropijo lahko zasledimo tudi pri materialih v geotehnik in sicer tako pri zemljinah kot tudi kamninah. Anizotropija je sicer lahko posledica različnih dejavnikov, najpogosteje pa so to okoliščine oziroma pogoji, v katerih je določen material nastajal. Na primer pri metamornih kamninah je takšen dejavnik napetostno stanje v času oblikovanja oziroma preoblikovanja kamnine. Pri tovrstnih kamninah se anizotropija manifestira s pojavi skrilavosti, foliacije in podobno. Tudi pri zemljinah začetni pogoji lahko vplivajo na pojav anizotropije, ki je pogosta zlasti pri drobnozrnatih zemljinah, torej glinah in meljih. Pri tovrstnih materialih se v fazi odlaganja delci zemljine zaradi sploščene oblike usmerijo vodoravno.

Anizotropija se v navedenih primerih zrcali v različnih trdnostnih in deformabilnostnih lastnostih, ki so odvisne od smeri glavnih napetosti glede na usmerjenost delcev zemljine oziroma pri skrilavih kamninah glede na ravnino skrilavosti. Na slikah 1 in 2 sta prikazana primera odvisnosti trdnostnih parametrov od smeri odlaganja zrn pri glini (slika 1) in od smeri skrilavosti pri skrilavi kamnini (slika 2).



Slika 1. Spreminjanje nedrenirane strižne trdnosti glede na smer odlaganja zrn pri glini (vir: Grimstad in sod., 2011).



Slika 2. Spreminjanje strižne trdnosti glede na smer skrilavosti (za različne celične tlake) pri skrilavi kamnini (vir: Niandou in sod., 1997).

Modeliranje anizotropije je precej zahtevno, zato anizotropija v mnogih materialnih modelih ni upoštevana, čeprav gre za razmeroma pogost pojav. Glavni razlog za to je, da upoštevanje anizotropije pomeni, da izpeljave postanejo precej kompleksnejše. Ravno tako v tem primeru običajno pride do povečanja števila parametrov v primerjavi s primerljivimi izotropnimi modeli.

V preteklosti so bili predstavljeni številni anizotropni materialni modeli, ki temeljo na različnih predpostavkah. Tako so modeli lahko namenjeni za modeliranje izvirne ali pa povzročene anizotropije. Nadalje je anizotropija lahko upoštevana bodisi pri trdnostnih lastnostih materiala (na primer v pogoju plastičnega tečenja) bodisi pri deformabilnostnih, najpogosteje pa pri obeh hkrati. Možnosti je vsekakor veliko.

Materialni model SPAP1, ki je predstavljen v prispevku, je bil zasnovan kot uporabniško definiran materialni model v programu za analizo po metodi končnih elementov in sicer je v konkretnem primeru šlo za program Plaxis. Povod za razvoj modela so bile ugotovitve numeričnih analiz (Klopčič in sod., 2008), da model *Jointed Rock*, ki je bil v tistem času edini anizotropni model v programu Plaxis, pogosto ne da najbolj optimalnih rezultatov. Prvi korak v raziskovanju je bila

analiza različnih pristopov k modeliranju anizotropnih kamnin. Na podlagi teh ugotovitev je bil izbran model, ki anizotropijo upošteva v pogoju plastičnega tečenja s pomočjo posebnega skalarnega parametra.

MATERIALNI MODEL S SKALARNIM PARAMETROM ANIZOTROPIJE

Uvod

Izvorno anizotropijo je mogoče upoštevati na več načinov. Eno od možnosti predstavlja mikrostrukturni tenzor (angl. *Microstructure tensor* oziroma *fabric tensor*). Takšen tenzor lahko zajema podatke o razporeditvi razpok, lusk, poroznosti ali podobnih lastnosti, ki so odvisne od smeri anizotropije. Običajno je mikrostrukturni tenzor drugega reda, njegovi lastni vektorji pa določajo osi materialne simetrije. Lastnosti, ki jih upošteva takšen tenzor, so sicer lahko različne, zato tudi mikrostrukturni tenzor ni enoličen.

Koncept anizotropnega tenzorja sta med prvimi uporabila Boehler in Sawczuk (1977). Takšna formulacija prinaša določene prednosti, kot je na primer možnost uporabe invariant v pogoju plastičnega tečenja, s katerimi se izognemo uporabi tenzorjev za transformacijo iz enega v drug koordinatni sistem. Ob teh predpostavkah se pogoj plastičnega tečenja lahko zapiše kot funkcija osnovnih invariant napetostnega tenzorja ter mikrostrukturnega tenzorja in tudi njihovih združenih invariant

$$F = F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{a}) = F(\text{tr}\boldsymbol{\sigma}, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^2, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^3, \text{tr}\mathbf{a}, \text{tr}\mathbf{a}^2, \text{tr}\mathbf{a}^3, \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{a}), \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2\mathbf{a}), \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{a}^2), \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2\mathbf{a}^2)) = 0 \quad (1)$$

kjer predstavljajo: $\boldsymbol{\sigma}$ tenzor napetosti, \mathbf{a} mikrostrukturni tenzor, tr pa pomeni sled tenzorja (angl. *trace*), ki je definirana kot vsota diagonalnih členov tenzorja

$$\text{tr}\mathbf{a} = a_{11} + a_{22} + \dots + a_{nn} = \sum_{i=1}^n a_{ii} \quad (2)$$

Pri napetostnem tenzorju to ustreza njegovi prvi invarianti I_1 .

Koncept mikrostrukturnega tenzorja, kot sta ga zasnovala avtorja Boehler in Sawczuk (1977), je v matematičnem pogledu zelo natančen, vendar je obenem tudi zelo kompleksen ter zahteven z vidika določevanja parametrov in definiranja pogojev, zato do sedaj še ni bil uporabljen na konkretnem, praktičnem problemu (Pietruszczak s sodelavci, 2002). Da bi koncept postal uporaben za inženirske probleme, ga je bilo potrebno nekoliko poenostaviti, kar je v seriji objav predlagal Pietruszczak s sodelavci (Pietruszczak, 1999; Pietruszczak in Mroz, 2000; Pietruszczak in Mroz, 2001; Pietruszczak s sod. 2002), ki je mikrostrukturni tenzor nadomestil s posebnim anizotropnim skalarnim parametrom.

Opis anizotropije s skalarnim parametrom

Predpostavimo najprej, da se pogoj plastičnega tečenja v poenostavljeni obliki zapiše v sledeči obliki (Pietruszczak in Mroz, 2001):

$$F = F(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{a}) = F(\text{tr}\boldsymbol{\sigma}, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^2, \text{tr}\boldsymbol{\sigma}^3, \eta) = 0, \quad (3)$$

Pri čemer je η mikrostrukturni oziroma anizotropni skalarni parameter, ki je definiran kot projekcija tenzorja \mathbf{a} na ustrezno definirano posplošeno oziroma generalizirano smer obremenitve \mathbf{l} . To definicijo lahko zapišemo z izrazom

$$\eta = \mathbf{a} \cdot \mathbf{l} = a_{ij} l_i l_j. \quad (4)$$

Da bi definirali smer oziroma vektor obremenitve \mathbf{l} , je za mikrostrukturni tenzor \mathbf{a} najprej potrebno poznati lastne vrednosti a_i ($i=1,2,3$) in njegove lastne vektorje $\mathbf{e}^{(i)}$ ($i=1,2,3$) glede na kartezijev koordinatni sistem (x, y, z). Če izhajamo iz teh podatkov, lahko elemente mikrostrukturnega tenzorja zapišemo tudi takole:

$$a_{ij} = a_1 e_i^{(1)} e_j^{(1)} + a_2 e_i^{(2)} e_j^{(2)} + a_3 e_i^{(3)} e_j^{(3)} = a_1 m_{ij}^{(1)} + a_2 m_{ij}^{(2)} + a_3 m_{ij}^{(3)}, \quad (5)$$

kjer so $\mathbf{m}^{(i)}$ ($i=1,2,3$) tenzorji, določeni za i -to lastno vrednost in pripadajoči lastni vektor

$$\mathbf{m}^{(i)} = a_i \mathbf{e}^{(i)} \mathbf{e}^{(i)T}. \quad (6)$$

Če upoštevamo glavne smeri mikrostrukturnega tenzorja \mathbf{a} in v teh treh ravninah določimo komponente napetostnega tenzorja $\boldsymbol{\sigma}$,

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

potem lahko izračunamo velikosti napetostnih vektorjev v posamezni ravnini (slika 3):

$$L_1 = (\sigma_{11}^2 + \sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2)^{1/2}, \quad (8)$$

$$L_2 = (\sigma_{21}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{23}^2)^{1/2}, \quad (9)$$

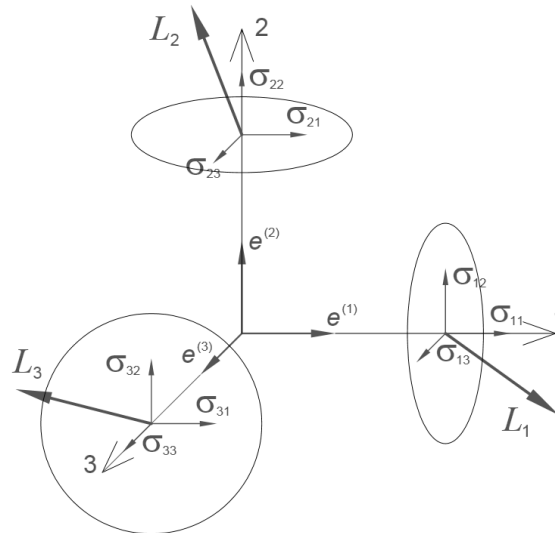
$$L_3 = (\sigma_{31}^2 + \sigma_{32}^2 + \sigma_{33}^2)^{1/2}. \quad (10)$$

Sedaj lahko s pomočjo lastnih vektorjev mikrostrukturnega tenzorja $\mathbf{e}^{(i)}$ zapišemo definicijo posplošenega vektorja obremenitve

$$L_i = L_1 \mathbf{e}_i^{(1)} + L_2 \mathbf{e}_i^{(2)} + L_3 \mathbf{e}_i^{(3)} \quad (11)$$

Oziroma

$$\mathbf{L} = L_1 \mathbf{e}^{(1)} + L_2 \mathbf{e}^{(2)} + L_3 \mathbf{e}^{(3)} \quad (12)$$



Slika 3. Prikaz napetostnih vektorjev v ravninah anizotropije.

Z vidika nadaljnjih izpeljav nas v prvi vrsti zanima njegova smer in zato določimo še pripadajoči enotski vektor

$$l_i = \frac{L_i}{(L_k L_k)^{1/2}} = \left[\frac{\text{tr}(\mathbf{m}^{(i)} \boldsymbol{\sigma}^2)}{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2)} \right]^{1/2}. \quad (13)$$

Izraz za projekcijo mikrostrukturnega tenzorja \mathbf{a} na smer obremenitve \mathbf{l} lahko zapišemo v obliki

$$\eta = \mathbf{a}_{ij}l_i l_j = \mathbf{a}_1 \frac{\text{tr}(\mathbf{m}^{(1)}\boldsymbol{\sigma}^2)}{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2)} + \mathbf{a}_2 \frac{\text{tr}(\mathbf{m}^{(2)}\boldsymbol{\sigma}^2)}{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2)} + \mathbf{a}_3 \frac{\text{tr}(\mathbf{m}^{(3)}\boldsymbol{\sigma}^2)}{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2)} = \frac{\text{tr}(\mathbf{a}\boldsymbol{\sigma}^2)}{\text{tr}(\boldsymbol{\sigma}^2)} . \quad (14)$$

Na ta način torej skalarni parameter η določa, kako učinkuje smer obremenitve glede na smeri anizotropije.

Razcep mikrostrukturnega tenzorja

Podobno kot napetostni tenzor je tudi mikrostrukturni tenzor mogoče razdeliti na sferični in deviatorični del:

$$\mathbf{a}_{ij} = \hat{\eta} \delta_{ij} + \bar{\mathbf{a}}_{ij} , \quad (15)$$

kjer je δ_{ij} kronekerjev operator, $\bar{\mathbf{a}}_{ij}$ deviator tenzorja \mathbf{a} , $\hat{\eta}$ pa povprečje diagonalnih elementov tenzorja \mathbf{a}

$$\hat{\eta} = \mathbf{a}_{kk}/3 . \quad (16)$$

S tem razcepom se skalarni parameter η lahko zapiše v podobni obliki, kot jo je predstavil Kanatani (1984, cit. po Pietruszczak, Mroz, 2000):

$$\eta = \hat{\eta} + \bar{\mathbf{a}}_{ij}l_i l_j = \hat{\eta}(1 + \mathbf{A}_{ij}l_i l_j) . \quad (17)$$

pri čemer je

$$\mathbf{A}_{ij} = \bar{\mathbf{a}}_{ij} / \hat{\eta} . \quad (18)$$

Omeniti velja dve očitni lastnosti tenzorja \mathbf{A}_{ij} , ki sledita iz izpeljav: da je ta tenzor simetričen in da je njegova sled enaka nič:

$$\text{tr}(\mathbf{A}) = 0 \quad (19)$$

Če ponovno omenimo dejstvo, da je v naših analizah anizotropija obravnavana v smislu ravninske izotropije, potem zadnja lastnost (20) potegne za seboj pomembno posledico. Pri tej vrsti anizotropije ima namreč tenzor \mathbf{A} samo dve različni lastni vrednosti. Ob predpostavki $A_1 = A_3$ dobimo tenzor

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & -2A_1 & 0 \\ 0 & 0 & A_1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

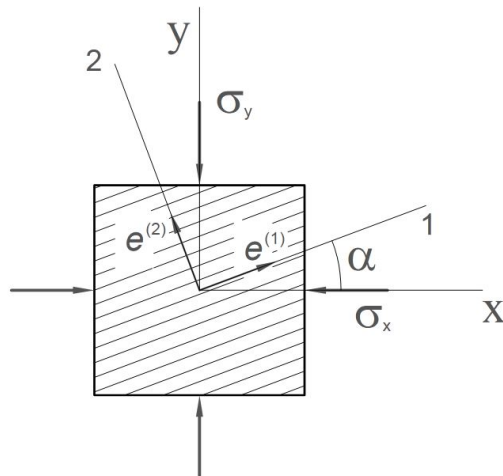
V enačbi (17) sedaj lahko zvezo $\mathbf{A}_{ij}l_i l_j$ zapišemo

$$\mathbf{A}_{ij}l_i l_j = A_1(1 - 3l_2^2) \quad (21)$$

Ob zapisu izraza (22) omenimo, da v enostavnem primeru ravninske anizotropije ter zgolj vertikalno obremenjenega vzorca ($\sigma_x = \sigma_z = 0$ in $\sigma_y \neq 0$) dobimo izraz

$$\mathbf{A}_{ij}l_i l_j = A_1(1 - 3\cos^2 \alpha) \quad (22)$$

pri čemer je α kot med vertikalno osjo y in normalo na ravnino plastovitosti oziroma diskontinuitet (slika 4).



Slika 4. Prikaz smeri anizotropije in smeri napetosti.

Kot so pokazale raziskave in analize (Lydzba in Pietruszczak, 2002), izraz (18) ni primeren za vsako vrsto anizotropije. Izvorna anizotropija, ki se običajno pojavlja v kamninah, kot so na primer skrilavci, zahteva, da se namesto omenjenega izraza uporablja bolj posplošena oblika, ki vključuje mikrostrukturalne tenzorje višjih redov

$$\eta = \hat{\eta}(1 + A_{ij}I_iI_j + A_{ijkl}I_iI_jI_kI_l + A_{ijklmn}I_iI_jI_kI_lI_mI_n + \dots) \quad (23)$$

Poseben primer izraza (22), ki se bo uporabljal v nadaljnjih analizah v tem tekstu, predvideva vpeljavo diadičnih produktov tenzorja \mathbf{A} višjih redov. S tem dobimo nov, posplošen izraz za mikrostrukturalni parameter

$$\eta = \hat{\eta}(1 + A_{ij}I_iI_j + b_1(A_{ij}I_iI_j)^2 + b_2(A_{ij}I_iI_j)^3 + \dots) \quad (24)$$

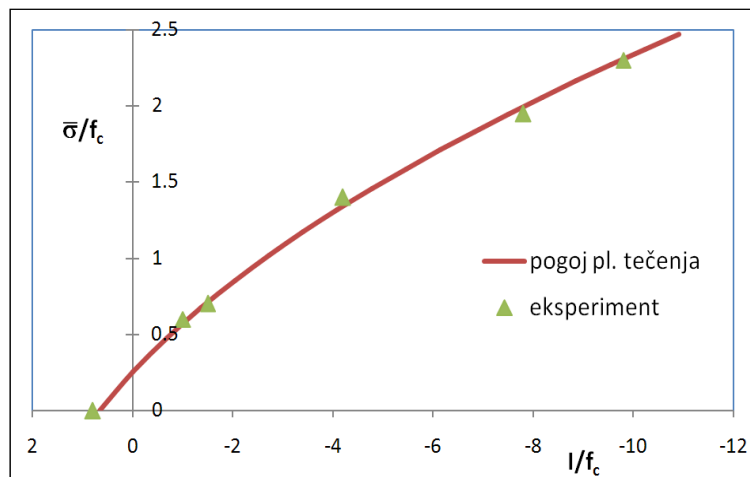
Pogoj plastičnega tečenja

Sedaj ko je vpeljan skalarni parameter kot mera za anizotropijo, se lahko osredotočimo na pogoj plastičnega tečenja, pri čemer bomo izhajali iz modela, ki ga je leta 1988 predstavil Pietruszczak s sodelavci, anizotropni skalarni parameter pa je bil v pogoj vključen nekoliko kasneje z objavo Pietruszczaka in sodelavcev (2002). Gre za elastoplastičen model s pogojem plastičnega tečenja, ki bazira na nelinearni zvezi med drugo invarianto deviatorja napetostnega tenzorja in enosno tlačno trdnostjo f_c (slika 5):

$$F = c_1 \left(\frac{\bar{\sigma}}{\bar{g}(\theta)f_c} \right) + c_2 \left(\frac{\bar{\sigma}}{\bar{g}(\theta)f_c} \right)^2 - \left(c_3 - \frac{I_1}{f_c} \right) = 0 \quad (25)$$

kjer so c_1 , c_2 in c_3 materialni parametri, $\bar{g}(\theta)$ je funkcija Lode-jevega kota θ , ki vpliva na obliko pogoja plastičnega tečenja v oktaedrski ravnini, f_c je enosna tlačna trdnost materiala, I_1 je prva invarianta napetostnega tenzorja ($I_1 = \sigma_{ii}$) in $\bar{\sigma}$ je koren druge invariante deviatorja napetostnega tenzorja:

$$\bar{\sigma} = J_2^{1/2} = (1/2 s_{ij}s_{ij})^{1/2} = (- (s_1s_2 + s_2s_3 + s_1s_3))^{1/2} = (\text{tr } \mathbf{s}^2)^{1/2} \quad (26)$$



Slika 5. Pogoj plastičnega tečenja (Pietruszczak s sod., 1988), umerjen na eksperimentalno izmerjene vrednosti (Niandou, 1994, cit. po Pietruszczak s sod., 2002).

V izrazu (26), ki ga je Pietruszczak s sodelavci (2002) nadgradil za modeliranje anizotropnega materiala, je anizotropija zajeta zgolj znotraj enoosne tlačne trdnosti materiala f_c . Slednja je v tem primeru povsem izenačena z anizotropnim skalarnim parametrom η iz prejšnjega poglavja.

Tako predlagan model je bil uspešno umerjen in preizkušen z numeričnimi simulacijami niza triaksialnih preizkusov na skrilavem glinavcu s področja Tournemire v Franciji (angl. *Tournemire shale*), (Pietruszczak s sodelavci, 2002). V kasnejših parametričnih študijah na istem modelu je bil uporabljen nekoliko enostavnejši pogoj plastičnega tečenja, ki opušta funkcijo $\bar{g}(\theta)$:

$$F = c_1 \left(\frac{\bar{\sigma}}{f_c} \right) + c_2 \left(\frac{\bar{\sigma}}{f_c} \right)^2 - \left(c_3 - \frac{I_1}{f_c} \right) = 0 \quad (27)$$

Takšna poenostavitev je bila privzeta tudi v materialnem modelu SPAP1.

Parameter enoosne tlačne trdnosti f_c v izrazu (28) je obravnavan kot anizotropni skalarni parameter in se torej skladno z izrazom (25) lahko aproksimira s krivuljo četrtega reda

$$f_c = f_{c,ref} (1 + \zeta + b_1 \zeta^2 + b_2 \zeta^3 + b_3 \zeta^4) \quad (28)$$

pri čemer je $f_{c,ref}$ referenčna vrednost enoosne tlačne trdnosti, ζ pa nadomestna spremenljivka, pri čemer velja

$$\zeta = A_{ij} I_i I_j \quad (29)$$

Za konec opisa pogoja plastičnega tečenja navedimo, da materialni model v tej fazi raziskav ne vključuje pojava utrjevanja. Nadalje tudi velja, da je privzet asociativen pogoj tečenja, torej je pogoj plastičnega tečenja izenačen s funkcijo plastičnega potenciala.

Parametri materialnega modela SPAP1

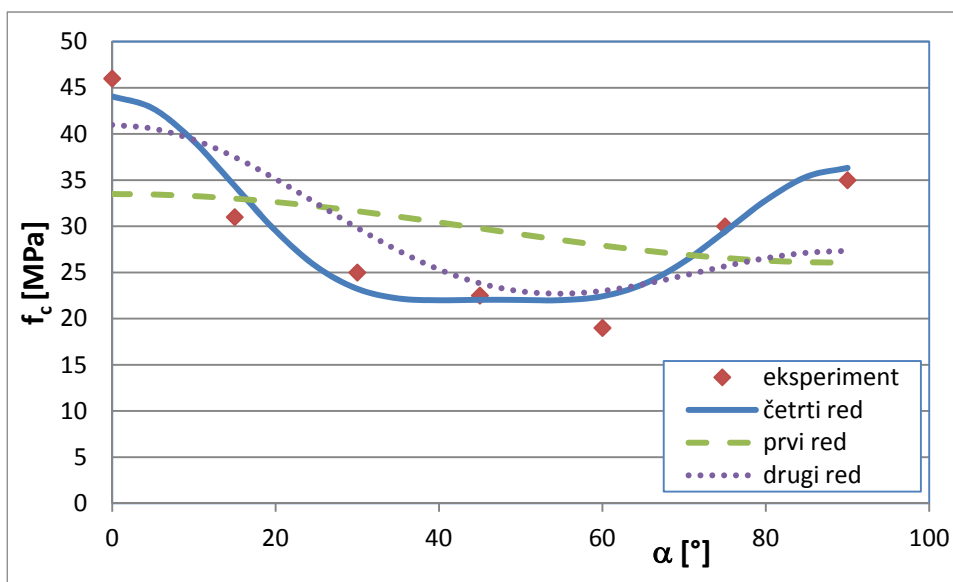
Ključni materialni parameter v primeru materialnega modela SPAP1 predstavlja naklon ploskev glede na vodoravnico, ki je podan s kotom α_1 . Poleg tega kota se podaja tudi smer vpada plasti in sicer s kotom α_3 . V primeru dvodimenzionalnih modelov znaša naklon α_3 vedno 90° . Ta dva kota torej definirata izraze in transformacijske matrike za prehod iz lokalnega v globalni kartezijev koordinatni sistem in obratno. Ti izrazi so sicer identični kot pri Plaxisovem modelu *Jointed rock* pred verzijo 2011, le da se deklinacije pri modelu SPAP1 ne podaja.

Zelo pomemben materialni parameter modela je tudi podatek o enoosni tlačni trdnosti f_c . Pravzaprav gre za niz podatkov, ki jih dobimo običajno iz serije preiskav in ki nam povedo, kako se enoosna tlačna trdnost spreminja glede na smer anizotropije. Primer takšnega nabora podatkov je prikazan na sliki 6, Z iste slike je tudi razvidno, da je v tem primeru uporaba krivulje četrtega reda najbolj smiselna.

Kot je bilo uvodoma omenjeno, bo anizotropija v analizah obravnavana v smislu ravninske izotropije. Za tak primer velja izraz (22). In ker enoosna tlačna trdnost v tem primeru ustreza skalarnemu parametru, lahko ob upoštevanju izrazov (23) in (29) zapišemo

$$f_c = f_{c,ref} (1 + A_1 (1 - 3 \cos^2 \alpha_1) + b_1 A_1^2 (1 - 3 \cos^2 \alpha_1)^2 + b_2 A_1^3 (1 - 3 \cos^2 \alpha_1)^3 + b_3 A_1^4 (1 - 3 \cos^2 \alpha_1)^4) \quad (30)$$

Parameter A_1 je merodajna komponenta deviatorja anizotropnega tenzorja \mathbf{A} , $f_{c,ref}$ pa referenčna vrednost enoosne tlačne trdnosti, od katere se zaradi anizotropije odkloni vrednost f_c v izbrani ravnini.



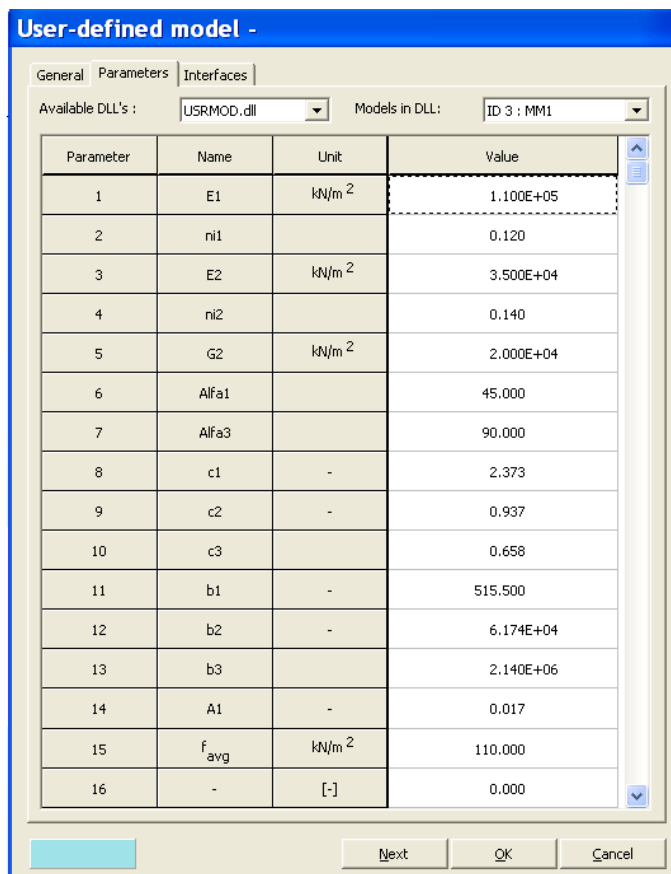
Slika 6. Spreminjanje enoosne tlačne trdnosti f_c glede na orientacijo vzorca - primerjava umerjenih krivulj različnih redov z eksperimentalno določenimi vrednostmi (Niandou, 1994, cit. po Pietruszczak in sod., 2002).

Na podlagi podatkov o enoosni tlačni trdnosti, ki predstavljajo točke v koordinatnem sistemu (α, f_c) , je potrebno numerično določiti parametre v enačbi (30) in na ta način dobiti zvezno krivuljo $f_c(\alpha)$. Upoštevanje anizotropije v pogoju plastičnega tečenja v primeru krivulje četrtega reda zahteva določitev petih materialnih parametrov: $f_{c,ref}$, A_1 , b_1 , b_2 in b_3 .

Na nivoju pogoja plastičnega tečenja je potrebno določiti še tri materialne parametre c_1 , c_2 in c_3 . Pri tem se običajno izhaja iz rezultatov triosnih preiskav. Primer takih rezultatov je prikazan na sliki 5.

Anizotropija je pri materialnem modelu SPAP1 upoštevana tudi pri deformacijskih parametrih. Tu je slika podobna kot pri modelu *Jointed Rock*. V obeh primerih se anizotropija opisuje na nivoju ravninske izotropije in obakrat se predpostavi, da se smer anizotropije pogoja plastičnega tečenja ujema s smerjo deformacijske anizotropije. Konstitucijske enačbe so zato identične pri obeh modelih, kar pomeni pet deformacijskih parametrov: dva elastična modula E_1 in E_2 , dva Poissonova količnika ν_1 in ν_2 ter strižni modul G_2 .

Tako lahko povzamemo, da je materialni model SPAP1 definiran s 15 parametri (slika 7).



Slika 7. Okno za vnos materialnih podatkov pri modelu SPAP1.

RAČUNSKE ANALIZE

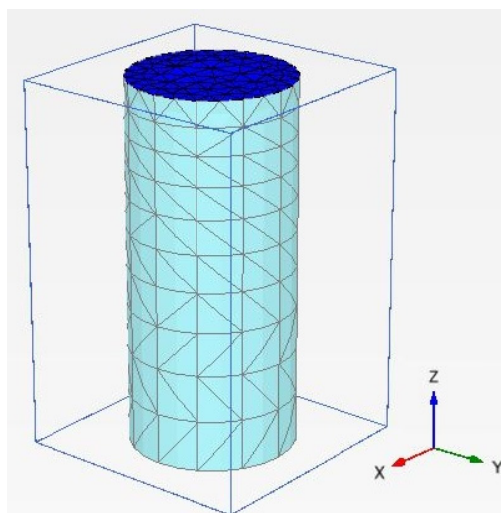
Kontrola materialnega modela SPAP1

Potem ko je bil materialni model SPAP1 vgrajen v program Plaxis kot uporabniško definiran dodatek, je sledil preizkus delovanja z različnimi testnimi primeri. Eden prvih takšnih preizkusov je bila rekonstrukcija preizkusov na modelu skrilave kamnine, katerih rezultate je predstavil Niandou s sodelavci (1997), ob predstavitvi modela pa jih je numerično modeliral tudi Pietruszczak s sod. (2002). In že pri rekonstrukciji omenjenih preiskav se je potrdila kompleksna narava anizotropije, saj za pravilno simulacijo enoosne preiskave v pogojih ravninske izotropije ni zadoščalo niti ravninsko deformacijsko stanje niti osno simetrično stanje, ampak je bilo potrebno izvesti polno tridimenzionalno analizo (slika 8) s programom Plaxis 3D 2011 (Brinkgreve in sod., 2011).

Za karakteristike materiala so bile uporabljene enake vrednosti, kot jih je pri umerjanju modela uporabil Pietruszczak s sod. (2002) in so razvidne iz preglednice 1.

Preglednica 1. Vrednosti materialnih parametrov skrilave kamnine.

$A_1 = 0,0170251$	$f_{c,ref} = 22 \text{ MPa}$	$E_1 = 22000 \text{ MPa}$
$b_1 = 515,49$	$c_1 = 2,3729$	$E_2 = 7000 \text{ MPa}$
$b_2 = 61735,3$	$c_2 = 0,9371$	$\nu_1 = 0,12$
$b_3 = 2139820$	$c_3 = 0,6582$	$\nu_2 = 0,14$
$\alpha_1 = 0^\circ \text{ do } 90^\circ$	$\alpha_3 = 0^\circ$	$G = 4000 \text{ MPa}$



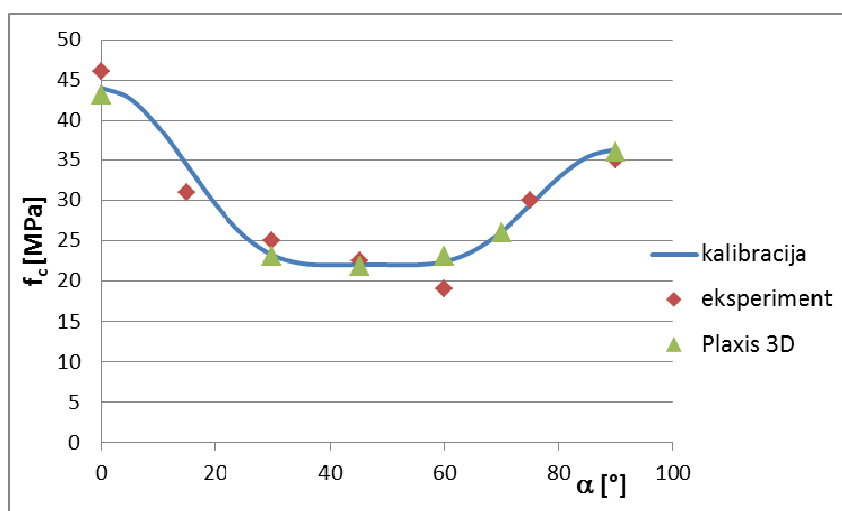
Slika 8. Računski model za simulacijo enoosnega tlačnega preizkusa.

Računski model za simulacijo preizkusa enoosne tlačne trdnosti je predstavljal valjasti vzorec s premerom 4 cm in višino 9 cm, sestavljalo pa ga je 1169 končnih elementov. Vzorec je bil podprt samo na spodnji ploskvi, na zgornji ploskvi pa se je nahajala toga plošča, preko katere se je v postopnih korakih dodajala obtežba. Lastna teža materialov ni bila upoštevana. Pri simulacijah preizkusov so bili upoštevani drenirani pogoji.

Izvedenih je bilo šest simulacij preizkusa enoosne tlačne trdnosti pri različnih vrednostih vpada plasti α_1 (0° , 30° , 45° , 60° , 70° in 90°). Pri tem nas je v prvi vrsti seveda zanimalo, kolikšna bo največja dosežena obtežba pri posameznem vpadu plasti. Rezultati so predstavljeni v preglednici 2 in so potrdili ujemanje s kalibracijsko linijo, kot je prikazano na sliki 9. Eksperimentalne vrednosti na tej sliki predstavljajo rezultate dejanskih laboratorijskih preizkusov. S tem je bilo potrjeno, da je pogoj plastičnega tečenja skupaj z anizotropnim skalarnim parametrom korektno vgrajen v postopke računalniškega programa.

Preglednica 2. Enoosne tlačne trdnosti skrilave kamnine, določene s simulacijo.

α_1	0°	30°	45°	60°	70°	90°
f_c [MPa]	43,1	23	21,8	23	26	36



Slika 9. Primerjava enoosnih tlačnih trdnosti v odvisnosti od vpada plasti.

Primerjava deformacij in pomikov je pokazala na neskladje med simuliranimi in eksperimentalno določenimi vrednostmi. Čeprav je sprva kazalo na napako v materialnem modelu SPAP1, so kontrolni računi razkrili napako pri matičnem programu (samo pri verziji Plaxis 3D, 2011) in sicer pri obravnavi konstitucijske matrike, kar je bilo potrjeno s strani razvijalcev programa. Napaka do oddaje članka še ni bila odpravljena, zato primerjava deformacij in pomikov ni prikazana.

Primerjava materialnih modelov *Jointed rock* in SPAP1

Primerjava med modeloma *Jointed rock* in SPAP1 je logična in samoumevna, saj je model SPAP1 nastal kot odgovor na nekatere slabosti modela *Jointed Rock* (Klopčič in sod., 2008). Materialni model *Jointed rock* ima po drugi strani tudi precej kvalitete, zato smo se pri snovanju novega modela v dobri meri z gledali po njem. Tako oba modela v elastičnem območju modelirata material kot ravninsko izotropen, za kar oba potrebujeta pet deformacijskih parametrov: E_1 , E_2 , ν_1 , ν_2 in G_2 . Prav tako je pri obeh modelih očitno, da sta prvenstveno zasnovana za analizo anizotropnih kamnin. Pri modelu *Jointed rock* se to zrcali v tem, da se razpoke lahko upoštevajo v treh različnih ravninah, kar je pogosta značilnost kamnin. Pri modelu SPAP1 pa je njegov namen oziroma področje uporabe razvidno iz izbora pogoja plastičnega tečenja, ki je bil v osnovi namenjen za beton (Pietruszczak, 1988), vendar je bil kasneje prilagojen tudi za anizotropne kamnine. Posebnost, zaradi katere je ta pogoj primeren za kamnine, je nelinearna zveza med drugo invarianto deviatorja napetostnega tenzorja in prvo invarianto napetostnega tenzorja. V obeh primerih gre tudi za modela, ki ne upoštevata utrjevanja.

Seznam glavnih podobnosti se s tem konča. Kot glavni razliki med modeloma velja izpostaviti lastnost modela *Jointed rock*, pri katerem so plastične deformacije lahko le strižne in omejene na ravnine plasti oziroma diskontinuitet. Druga lastnost, ki deloma sledi iz prve, je ta, da model ne omogoča analize v nedreniranih pogojih. Model SPAP1 v tem pogledu ne postavlja posebnih omejitev in je zato bolj vsestranski.

Pri numeričnih analizah smo želeli v prvi vrsti preveriti, ali sta oba modela primerljiva. V veliki meri je šlo pri tem tudi za preizkus delovanja modela SPAP1. Računski model je bil zato izbran skladno z glavnim področjem uporabe obeh modelov. Tako je bil za analizo uporabljen primer izgradnje predora v mehki skrilavi kamnini.

Pri izbiri materialnih karakteristik smo se deloma oprli na študije, ki so bile opravljene na primerih predorov v permo-karbonskih skrilavih kamninah (Klopčič in sod., 2008; Klopčič, 2009; Markovič, 2009). Iz teh virov smo črpali glavne podatke o karakteristikah kamnine ter tudi o dimenzijah predorske cevi in faznosti gradnje. Drugi vir podatkov so bili rezultati umerjanja modela na primeru sedimentnih kamnin (Pietruszczak in sod., 2002), saj smo pri modelu SPAP1 želeli obdržati isto obliko in razporeditev anizotropije. Razlog za to predpostavko tiči v dejstvu, da model SPAP1 za umerjanje oziroma določitev materialnih parametrov terja razmeroma veliko število preiskav, za mehko skrilavo kamnino pa v konkretnem primeru tako natančnih podatkov ni bilo na razpolago.

Takoj je treba poudariti, da je sedimentna kamnina, ki jo je analiziral Pietruszczak s sodelavci (2002), bistveno bolj nosilna od tipičnih premo-karbonskih skrilavih kamnin, kakršne je obravnaval Klopčič s sodelavci (2008). Da smo dobili vrednosti modulov E_1 in E_2 in trdnostnega parametra $f_{c,ref}$ v podobnem velikostnem razredu, je bila torej potrebna občutna redukcija. Za množenje je bil izbran faktor 0,01, čeprav bi lahko bil še za spoznanje višji. Posledično je bilo zato pričakovati razmeroma velike deformacije in pomike.

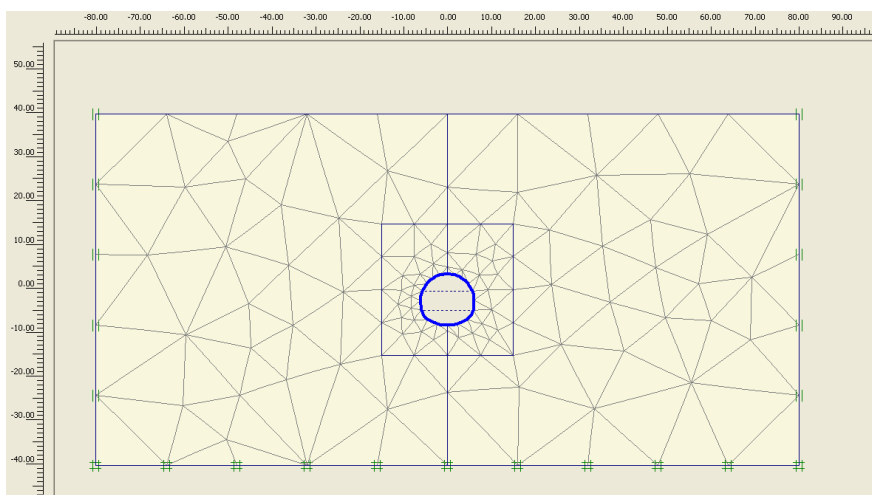
Rezultat kombiniranja podatkov iz obeh virov je torej hipotetični material, ki po deformacijskih in trdnostnih karakteristikah v veliki meri ustreza permo-karbonskim skrilavim kamninam, kakršne pogosto srečamo v Sloveniji. Za model SPAP1 je anizotropija materiala upoštevana tako, kot je to podal Pietruszczak s sodelavci (2002) – torej s spreminjanjem trdnostnega parametra f_c . Za model *Jointed rock* je bila privzeta ena šibka ravnina (ploskve skrilavosti). Materialni parametri so strnjeni v preglednici 3 in iz nje je razvidno, da se parametri modela SPAP1 skladajo s tistimi iz preglednice 1; seveda ob upoštevanju, da so nekatere vrednosti faktorirane, kot je bilo prej omenjeno. Ob tem velja omeniti, da je strižni modul faktoriran še nekoliko izraziteje (0,0025), saj je bilo s

parametričnimi analizami na konkretnih primerih ugotovljeno, da dajejo takšne vrednosti bolj realne rezultate (Klopčič in sod., 2008).

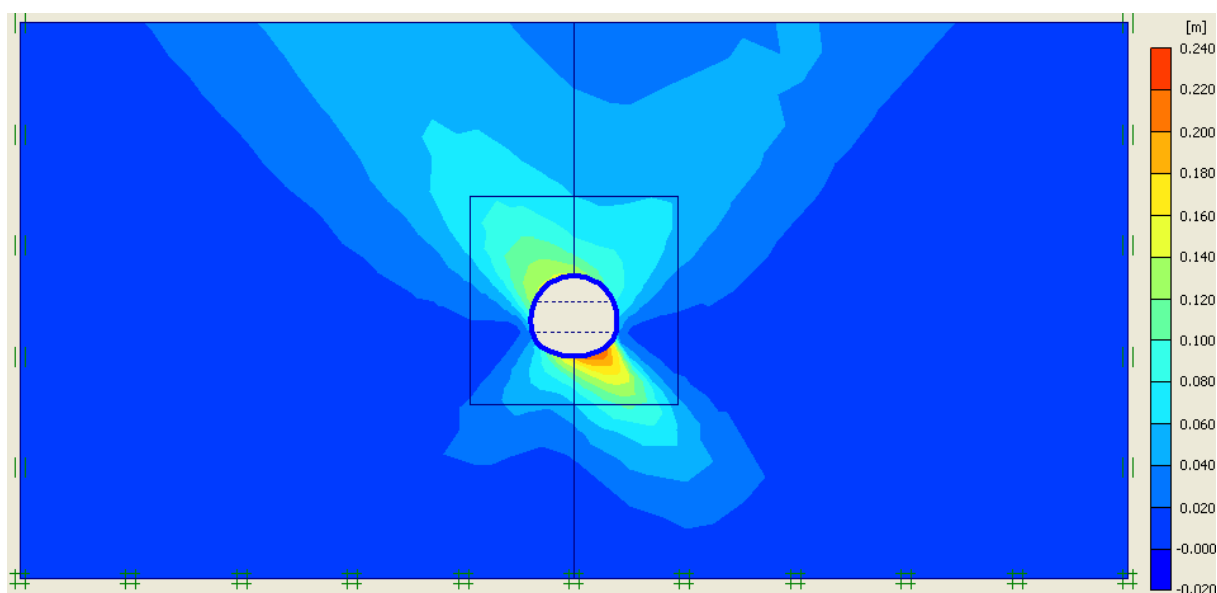
Preglednica 3. Vrednosti materialnih parametrov skrilave kamnine za primerjavo modelov Jointed Rock in SPAP1.

Skupni deformacijski parametri modelov	Model SPAP1	Model Jointed Rock
$E_1 = 220 \text{ MPa}$	$\gamma = 26,5 \text{ kN/m}^3$	$\alpha_3 = 90^\circ$
$E_2 = 70 \text{ MPa}$	$A_1 = 0,0170251$	$f_{c,ref} = 22 \text{ MPa}$
$\nu_1 = 0,14$	$b_1 = 515,49$	$c_1 = 2,3729$
$\nu_2 = 0,12$	$b_2 = 61735,3$	$c_2 = 0,9371$
$G = 10 \text{ MPa}$	$b_3 = 2139820$	$c_3 = 0,6582$
		$\psi = 0^\circ$

Na sliki 10 je prikazan računski model, ki je bil enak pri obeh materialnih modelih. Kot je razvidno s slike 10, gre za izkop predora pod vodoravnim terenom, os predora pa se nahaja približno 40 m pod terenom. Račun se je vršil pri različnih naklonih plasti ($\alpha_1 = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$) ter vedno v dreniranih pogojih. Za analizo je bila uporabljena Plaxisova 2D verzija 8.2.

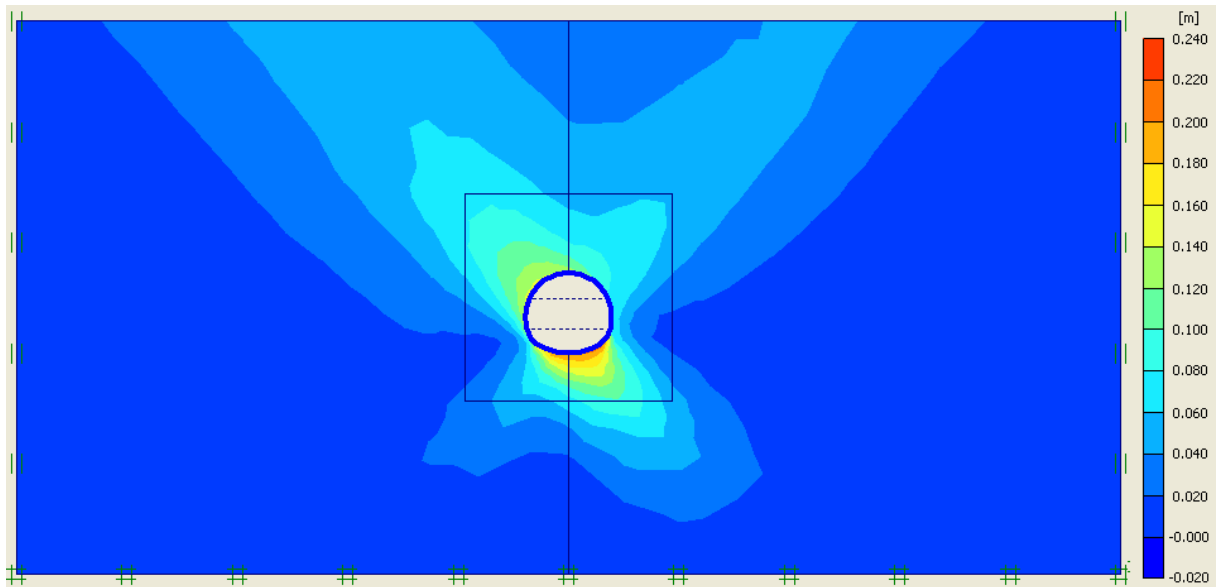


Slika 10. Računski model za končno stanje (294 končnih elementov).

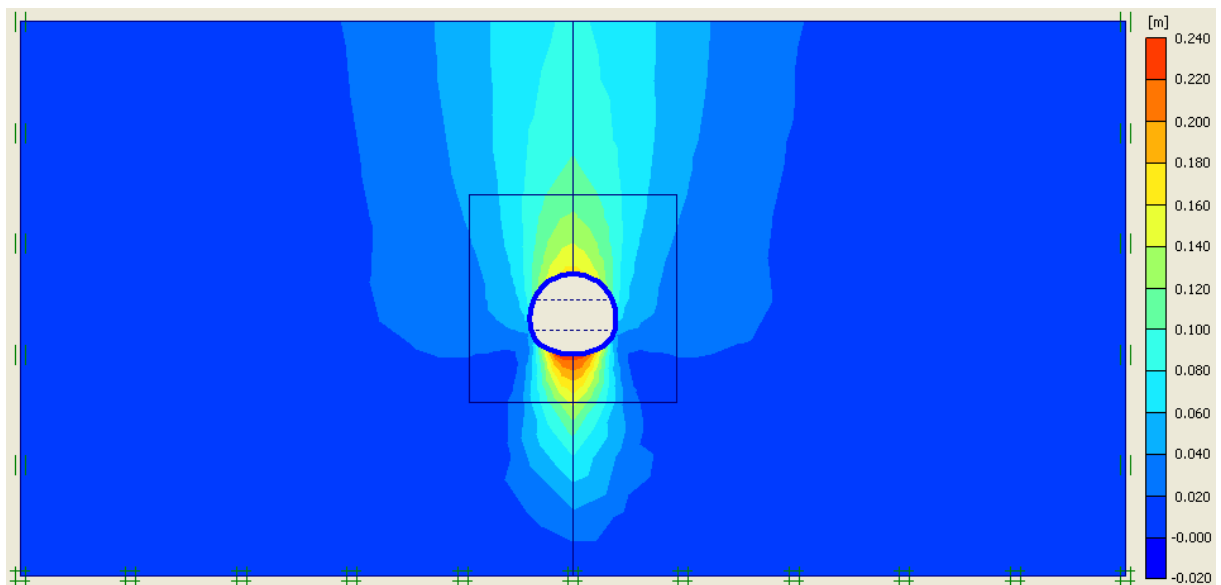


Slika 11. Pomiki pri modelu Jointed rock pri naklonu plasti 45° (največji celotni pomiki 22,1 cm).

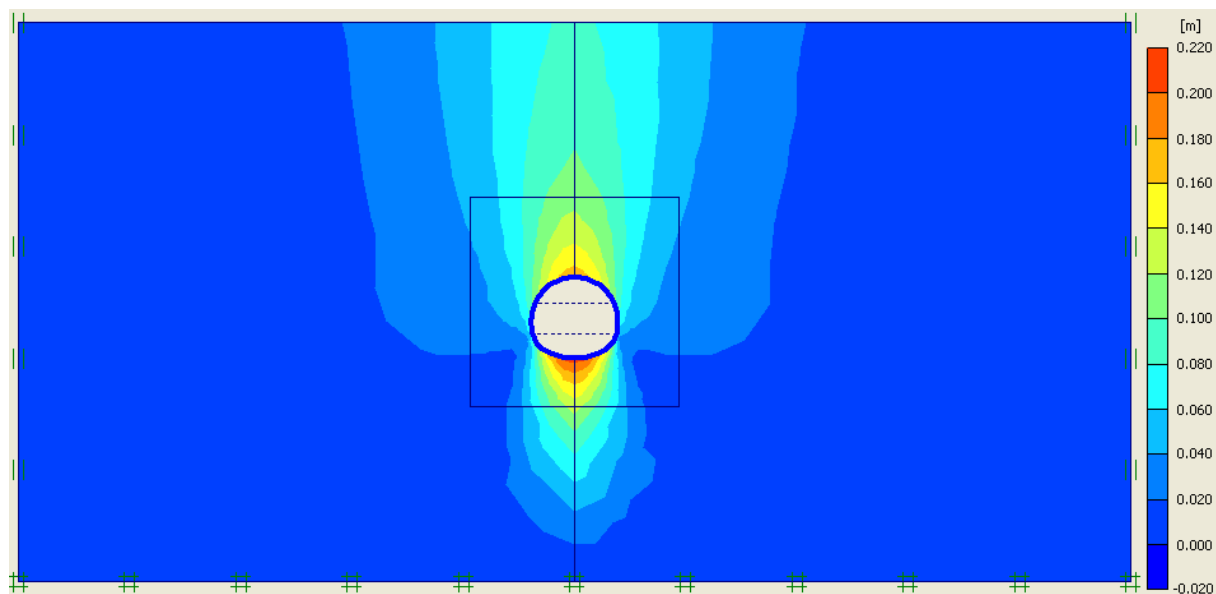
Simulacija izkopa predora je potekala v dveh fazah in sicer najprej izkop kalote ter nato izkop talnega oboka. Pri izkopu se je sprva prerazporedil le del obtežbe ($\Delta M_{stage} = 0,5$). Vsaki fazi izkopa je nato sledila izvedba podpornih ukrepov, ki so v tem primeru predstavljali zgolj izvedbo betonske obloge brez sider. Tudi izvedba obloge je potekala v dveh fazah in sicer je najprej del obtežbe ($\Delta M_{stage} = 0,75$) prevzel mlad beton (elastičen material, $EA = 1,5 \cdot 10^6$ kN/m, $EI = 11250$ kNm²/m), nato pa preostanek obtežbe ($\Delta M_{stage} = 1,0$) star beton (elastičen material, $EA = 4,5 \cdot 10^6$ kN/m, $EI = 33750$ kNm²/m).



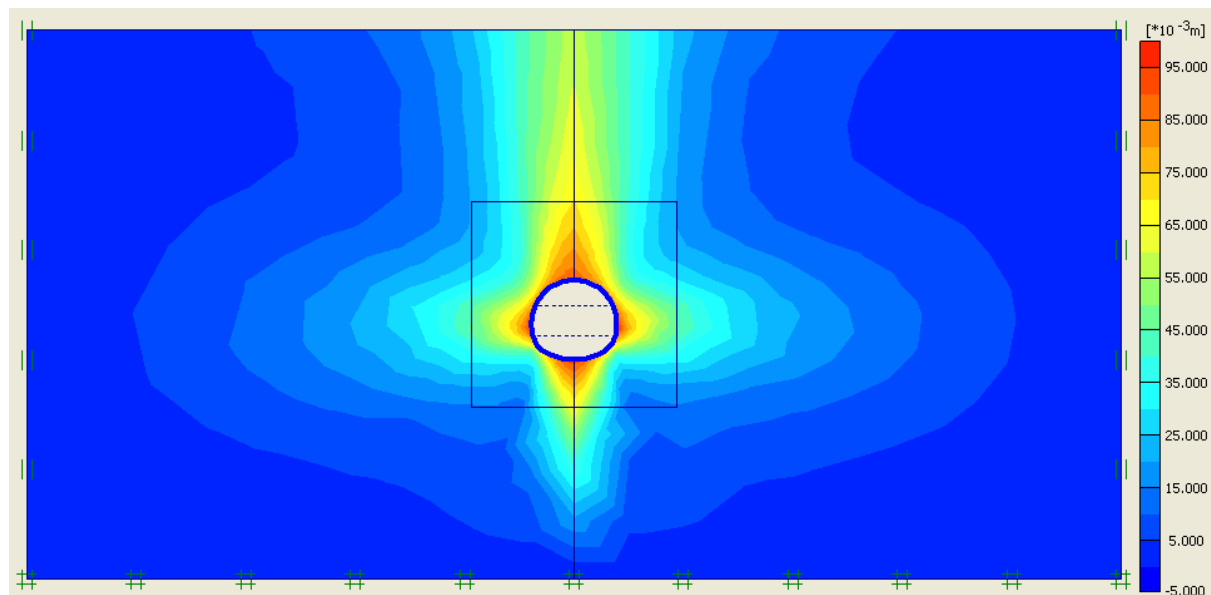
Slika 12. Pomiki pri modelu SPAP1 pri naklonu plasti 45° (največji celotni pomiki 22,4 cm).



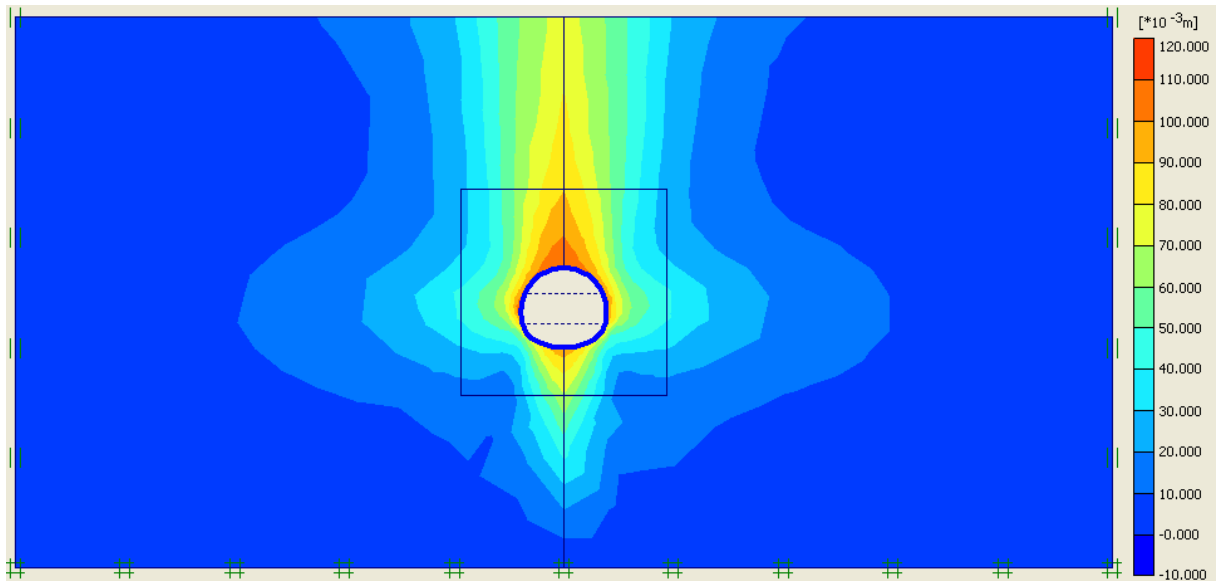
Slika 13. Pomiki pri modelu Jointed rock pri naklonu plasti 0° (največji celotni pomiki 23,6 cm).



Slika 14. Pomiki pri modelu SPAP1 pri naklonu plasti 0° (največji celotni pomiki 21,3 cm).



Slika 15. Pomiki pri modelu Jointed rock pri naklonu plasti 90° (največji celotni pomiki 9,8 cm).

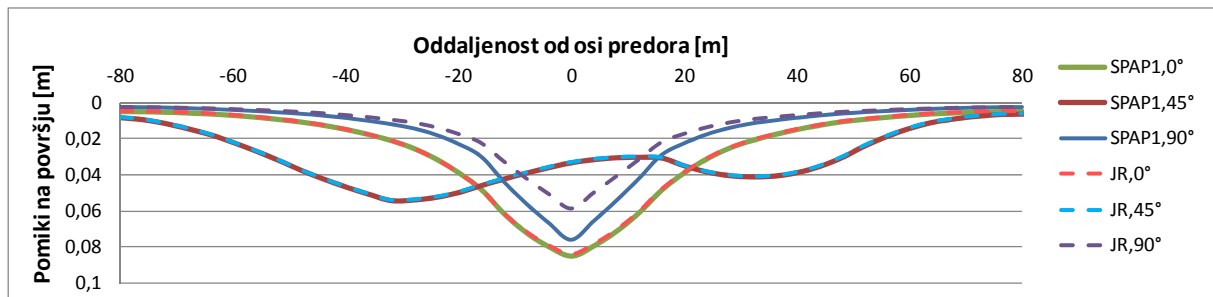


Slika 16. Pomiki pri modelu SPAP1 pri naklonu plasti 90° (največji celotni pomiki 11,7 cm).

Preglednica 4. Primerjava največjih celotnih pomikov.

Naklon plasti α_3	Model SPAP1	Model Jointed Rock
0°	21,3	23,6
45°	22,4	22,1
90°	11,7	9,8

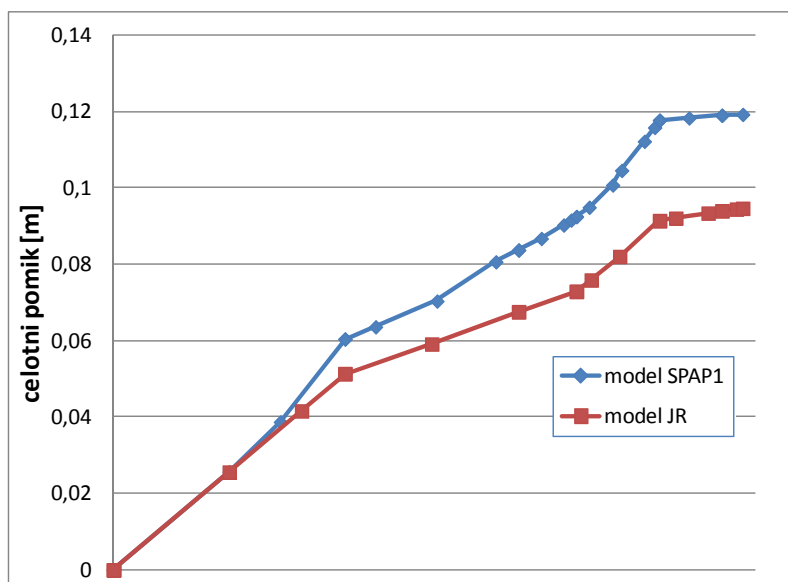
Primerjava slik od 11 do 16 ter vrednosti v preglednici 4, kjer so predstavljeni celotni pomiki za končno stanje, je pokazala, da sta dala oba modela zelo podobne rezultate, kar je v prvi vrsti posledica enakega obravnavanja anizotropije v elastičnem območju in obenem uporaba enakih vrednosti za elastične deformacijske parametre. Tako je mogoče opaziti, da sta rezultata pri primeru, ko so plasti nagnjene za 45°, praktično identična. Pri ostalih dveh primerih so odstopanja nekoliko večja, vendar še vedno lahko govorimo o zelo podobnih rezultatih. Na prvi pogled se zdi še največje odstopanje pri primeru naklona pod 90°, vendar mora biti bralec ob tem pozoren na nekoliko spremenjeno barvno lestvico. Odstopanje pri največjih pomikih je v tem primeru in tudi v primeru vodoravnih plasti približno 10%, kar predstavlja dobro ujemanje, še bolj kot to pa je spodbudno dejstvo, da so mehanizmi prerazporeditve napetosti izjemno podobni. Z bolj natančno določitvijo trdnostnih parametrov bi bilo mogoče doseči še boljše ujemanje, vendar primarni namen primerjave ni bil pridobiti povsem identičen rezultat, temveč potrditi domnevo, da sta oba modela primerna za analizo takšnega problema.



Slika 17. Pomiki površja glede na os predora za različne računske primere.

Poleg pomikov znotraj same kamnine so bili primerjani tudi pomiki na površju. Rezultati, ki so prikazani na grafu (slika 17), so ponovno potrdili izjemno dobro ujemanje pri plasteh pod kotom 45°, ter po tem kriteriju tudi pri vodoravnih plasteh. Zares očitno odstopanje se je pokazalo le pri navpičnih

plasteh, zato je bilo primerno, da se poišče razlaga za to odstopanje. Odgovor se ponovno skriva v trdnostnih parametrih, potrditev za to domnevo pa se ponudi ob pogledu na graf (slika 18), kjer so prikazani pomiki točke na levi steni predora (-6.14, -2.42). Iz tega grafa je razvidno, da so bili pomiki – gre pretežno za horizontalne pomike v izkopani prostor predora – v primeru modela SPAP1 bistveno večji (približno za 30%). To pomeni, da je bil material pri tem modelu v določenih fazah gradnje zelo blizu mejnega stanja, kar je pomenilo bolj obsežno plastificirano območje v kamnini, večje deformacije in posledično tudi večje posedke na samem terenu.



Slika 18. Pomiki točke na levi steni predora v času izgradnje.

Za konec velja še omeniti, da so se pri obeh modelih v posameznih fazah pojavljale težave z zagotavljanjem natančnosti računa, pri čemer je treba ugotoviti, da je imel model *Jointed rock* v tem pogledu manj težav, kar je delno posledica izbire trdnostnih karakteristik. Vsekakor pa velja sklepna ugotovitev primerjave, da sta oba modela primerna za analize tovrstnih problemov.

ZAKLJUČEK

Ugotovitve, ki so predstavljene v pričujočem besedilu, so del rezultatov obsežnejše raziskave s področja materialnih modelov za analizo po metodi končnih elementov. Enega od sadov teh raziskav predstavlja uporabniško definiran anizotropni materialni model SPAP1, ki je bil vgrajen v računalniško orodje Plaxis kot odgovor na nekatere pomanjkljivosti obstoječega anizotropnega materialnega modela *Jointed Rock*.

Čeprav je bil model SPAP1 vgrajen v Plaxis v eni od svojih bolj osnovnih oblik, so simulacije laboratorijskih preiskav pokazale, da se njihova napoved zelo dobro ujema z rezultati dejanskih preiskav. To dejstvo priča predvsem o pravilnosti delovanja materialnega modela, saj je šlo pri teh simulacijah za preiskave, na katerih so bili s kalibriranjem pridobljeni materialni parametri modela. Zelo dobro ujemanje je bilo zato zaželeno in pričakovano.

Primerjava med modeloma *Jointed rock* in SPAP1 je bila izvedena na hipotetičnem vendar docela realnem primeru izgradnje predora v mehki skrilavi kamnini. Rezultati so pokazali, da dajeta oba modela povsem primerljive rezultate, kar je v veliki meri posledica enakega pristopa k obravnavanju elastičnih deformacij.

Ob zaključku lahko torej ugotovimo, da materialni model SPAP1 kljub zgodnji razvojni fazi, posameznim razmeroma osnovnim predpostavkam ter nekaterim slabostim dokazuje, da je povsem primeren za analizo določenih problemov v geotehniko. Nadalje kaže model tudi precejšen potencial, kar daje dober obet za njegov nadaljnji razvoj.

VIRI IN LITERATURA

- Boehler, J.P., Sawczuk, A. 1977. On yielding of oriented solids. *Acta Mechanica* 27, str. 185–206.
- Brinkgreve, R.B.J., Broere, W., Waterman, D. 2008. *Plaxis, Finite element code for soil and rock analyses, users manual*. Rotterdam, Delft University of Technology & PLAXIS b. v.
- Brinkgreve, R.B.J., Broere, W., Waterman, D. 2010. *Plaxis 2D, Finite element code for soil and rock analyses, users manual*. Rotterdam, Delft University of Technology & PLAXIS b. v.
- Brinkgreve, R.B.J., Broere, W., Waterman, D. 2011. *Plaxis 3D, Finite element code for soil and rock analyses, users manual*. Rotterdam, Delft University of Technology & PLAXIS b. v.
- Grimstad, G., Andresen, L., Jostad, H.P. 2012. NGI-ADP: Anisotropic shear strength model for clay. *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.* 36, vol.4, str. 483–497.
- Klopčič, J., Logar, J., Ambrožič, T., Gamse, S., Marjetič, A., Majes, B. 2008. Povratne numerične analize geodetskih meritev v raziskovalnem rovu in izvedenem delu predora Šentvid. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za mehaniko tal z laboratorijem.
- Klopčič, J. 2009. Analiza in napoved pomikov za predore, grajene v permo-karbonskih skrilavcih. Doktorska disertacija, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo.
- Lydzba, D., Pietruszczak, S. 2002. On failure criteria incorporating a scalar anisotropy parameter. In: Pande & Pietruszczak (eds.), *Proc. 8th International Symposium Numerical Models in Geomechanics (NUMOG VIII)*, Rome, Italy., Balkema, Rotterdam, str. 19-25.
- Markovič, J. 2009. Numerično modeliranje gradnje predorov v anizotropnih mehkih skrilavih kamninah. Diplomsko naloga. Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo. 85 strani.
- Niandou, H., Shao, J.F., Henry, J.P. 1997. Laboratory investigation of the mechanical behaviour of Tornemire shale. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 34, str. 3–16.
- Pietruszczak, S., Jiang, J., Mirza, F.A. 1988. An elastoplastic constitutive model for concrete. *Int. J. Solids Structures.* 24(7), str 705-722.
- Pietruszczak, S. 1999. On inelastic behaviour of anisotropic frictional materials. *J. Mech. Cohesive-Frictional Mater.* 4(3), str. 281–293.
- Pietruszczak, S., Mroz, Z. 2000. Formulation of anisotropic failure criteria incorporating a microstructure tensor. *Computers and Geotechnics*, 26(2), str. 105–112.
- Pietruszczak, S., Mroz, Z. 2001. On failure criteria for anisotropic cohesive-frictional materials. *International Journal of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25, str. 509–524.
- Pietruszczak, S., Lydzba, D., Shao, J.F. 2002. Modelling of inherent anisotropy in sedimentary rocks. *Int. J. Solids & Structures*, 39, str. 637–648.

Sebastjan Kuder, Janko Logar:

Uporabniško definiran anizotropni materialni model v programu Plaxis
