

**Gregor VILHAR**

IRGO, Inštitut za rudarstvo, geotehnologijo in okolje, Slovenčeva 93, Ljubljana  
e-naslov: gregor.vilhar@irgo.si

**Nina JUREČIČ**

IRGO, Inštitut za rudarstvo, geotehnologijo in okolje, Slovenčeva 93, Ljubljana  
e-naslov: nina.jurecic@irgo.si

**Vojkan JOVIČIČ**

IRGO, Inštitut za rudarstvo, geotehnologijo in okolje, Slovenčeva 93, Ljubljana  
e-naslov: vojkan.jovicic@irgo.si

## **NAPGEO – PROGRAMSKO ORODJE ZA IMPLEMENTACIJO IN UPORABO NOVIH KONSTITUTIVNIH MODELOV ZA NUMERIČNE ANALIZE Z METODO KONČNIH ELEMENTOV**

**POVZETEK:** V geotehnični stroki se kaže potreba po uporabi kompleksnih konstitutivnih modelov pri numeričnih napetostno-deformacijskih analizah z metodo končnih elementov (MKE). Eden od glavnih razlogov za to je zahteva po kontroli mejnega stanja uporabnosti (EC7), oziroma po napovedi deformacij. Posledično je potrebno v numeričnih analizah uporabiti nelinearne konstitutivne modele, posebno pri analizi problemov s kompleksnimi napetostnimi potmi, kot je analiza izgradnje predora ali, ko je potrebno določiti vpliv gradnje na bližnje konstrukcije v urbanih okoljih.

Komercialni programi, ki uporabljajo MKE, navadno ponujajo le sorazmerno enostavne konstitutivne modele, poleg tega pa sta detajlna formulacija in implementacija modelov običajno skriti. Zato uporabnik takšnih programov kljub želji nima možnosti popolno razumeti delovanja uporabljenih modelov in celostno interpretirati rezultatov analiz. Po drugi strani so orodja za kalibracijo parametrov ponujenih modelov navadno pomanjkljiva in slabo uporabna.

Na inštitutu IRGO smo razvili programsko orodje NAPgeo, ki omogoča implementacijo in uporabo novih konstitutivnih modelov za numerične analize z metodo MKE ter njihovo direktno uporabo v programu Plaxis. Uporabnik lahko implementira model v programskih jezikih Fortran, C ali C++. Pri tem ima na voljo več pristopov in lahko uporabi že napisane metode integracije napetosti, oziroma v celoti napiše rutine modela. Sledi testiranje delovanja modela z uporabo numerične analize enega končnega elementa in kalibracija parametrov s primerjavami rezultatov laboratorijskih in terenskih preiskav. Na voljo so različni načini obremenjevanja in razbremenjevanja modela z napetostno-deformacijskimi potmi, prikaza primerjav rezultatov ter shranjevanja podatkov. Po končanem testiranju je konstitutivni model pripravljen za uporabo v numerični analizi robnih problemov z MKE, s poljubno geometrijo in robnimi pogoji.

## **NAPGEO – A COMPUTER TOOL FOR IMPLEMENTATION AND USE OF NEW CONSTITUTIVE MODELS FOR NUMERICAL ANALYSES BY FINITE ELEMENT METHOD**

**ABSTRACT:** The need for using complex numerical models in finite element method for solving boundary value problems is already fully accepted in geotechnical profession. One of the main reasons for it is the requirement in the EC7 code to check the serviceability limit state (SLS) of geotechnical structures, i.e. to check the deformation response of soil-structure interaction. The non-linear constitutive models have to be used in order to adequately control SLS, especially where the complex stress-paths are encountered (e.g. tunnelling analyses, the influence of new construction on the existing structures in urban areas, etc.). The commercial finite element computer programmes usually offer relatively simple constitutive models, whereas the detailed formulation of the more

complex model and the model implementation are not often accessible to the user. Therefore, the user cannot thoroughly understand the functioning of the models and interpret the results. On the other hand, the commercially available tools are often inadequate for model calibration.

A tool for the implementation and development of the new constitutive models called NAPgeo was developed at IRGO institute. The models can be implemented using the two basic approaches in Fortran, C or C++ languages and then directly used in the Plaxis code. The already programmed methods of stress integration can be utilised as well as the new model routines. After the model implementation, the next step is testing and calibration using the numerical analyses of a single finite element. Several different types of loading and unloading can be used featuring arbitrary stress/strain paths. The results can be compared, analysed and stored in different ways. After this process the implemented model is ready for solving boundary value problems using finite element software for any given geometries and boundary conditions.

## UVOD

Projektiranje geotehniških objektov po Eurocodu 7 zahteva poleg kontrole mejnega stanja nosilnosti (MSN) tudi kontrolo mejnega stanja uporabnosti (MSU). Pri uporabi metode končnih elementov za kontrolo obeh stanj je posebno pri stanju MSU odločilnega pomena uporaba primernih konstitutivnih modelov za zemljine. Kadar imamo opravka s kompleksnimi napetostnimi potmi, kot je npr. analiza izgradnje predora ali analiza vpliva izgradnje na bližnje objekte v urbanih okoljih, je potrebno uporabiti kompleksne nelinearne konstitutivne modele. V primeru, da imamo na voljo dovolj kvalitetne in reprezentativne rezultate laboratorijskih in terenskih preiskav, se postavi vprašanje, kateri nelinearni model uporabiti, kako določiti vrednosti njegovih parametrov in kako inicializirati model glede na začetno stanje materiala. Komercialni programi, kot je na primer Plaxis, ponujajo nekatere kompleksne modele. Imajo pa dve pomanjkljivosti in sicer: 1.) detajlna formulacija modelov in delovanje programa sta skriti in tako kljub potrebam ni mogoče popolnoma razumeti procesa analize, 2.) orodja za nastavitve parametrov so pomanjkljiva in ne omogočajo simulacije kompleksnih napetostnih poti s hkratnim spreminjanjem prostostnih stopenj.

V članku predstavljamo programsko orodje NAPgeo, ki smo ga razvili na inštitutu IRGO. Orodje omogoča implementacijo novih konstitutivnih modelov, detajlno in nazorno kontrolo njihovega delovanja vzdolž poljubnih napetostno-deformacijskih poti, nastavitve parametrov, shranjevanje in primerjave simulacij ter direktno uporabo v računalniških programih za analizo po metodi končnih elementov. Prikazana je uporaba programskega orodja NAPgeo za implementacijo konstitutivnih modelov v program Plaxis.

## IMPLEMENTACIJA KONSTITUTIVNEGA MODELA V NAPGEO

Programsko orodje NAPgeo je sestavljeno iz več modulov. Skladno z njimi je tudi proces uporabe orodja razdeljen v več faz. Konstitutivni model implementiramo v programskih jezikih C, C++ ali Fortranu. Pri tem lahko izbiramo med dvema pristopoma:

- model v obliki izbire ene glavne funkcije (statični pristop)
- model v obliki izbire več sestavnih funkcij (dinamični pristop).

Oba pristopa sta razdeljena v več nalog na nivoju ene Gaussove integracijske točke: inicializacija spremenljivk stanja in dodatnih parametrov modela, izračun posodobitev napetosti in spremenljivk stanja ter izračun togostne matrike. Trenutno so modeli formulirani z malimi inženirskimi deformacijami in Cauchyjevimi napetostmi, možnost uporabe formulacije z velikimi deformacijami pa bo v prihodnosti lahko dodana. Pri izračunu prispevkov posamezne Gaussove integracijske točke k togostni matriki končnega elementa in izračunu posodobitve napetosti je potrebno upoštevati drenirano in nedrenirano analizo. V modelu so tudi stikala za ponovno sestavljanje togostne matrike vsak obtežni korak oz. časovni korak ali iteracijo in stikalo za nesimetričnost togostne matrike. Zaradi končne optimizacije kode je potrebno pred izgradnjo strojne kode izbrati stikalo za 4-komponentno računanje napetosti in deformacij (primerno za analize v ravninskem deformacijskem stanju in osnosimetričnem stanju) in 6-komponentno (primerno za tridimenzionalne analize).

Konstitutivni model torej v celoti implementiramo na nivoju ene integracijske točke. Uporaba dinamičnega pristopa ponuja ponovno uporabo že napisane in preverjene kode, tako da lahko na primer za preprost nov model napišemo zgolj funkcijo tečenja in gradiente nanjo. Poleg tega pa lahko s kombinacijo funkcij tvorimo nove modele, kot je na primer Mohr-Coulombov model z nelinearno elastičnim ali linearno elastičnim delom. Naj omenimo tudi možnost testiranja in uporabe že napisanega modela, ki je na voljo le v obliki dinamične knjižnice. V tem primeru dostopa do izvorne kode nimamo, a vseeno na ta način lahko preverimo in uporabimo model, ki nam ga je poslal nekdo, ki ne želi, da bi dostopali do izvorne kode. Število vhodnih parametrov modela je neomejeno. V primeru dinamičnega pristopa so parametri grupirani glede na sestavne funkcije, kar omogoča boljšo organizacijo in preglednost.

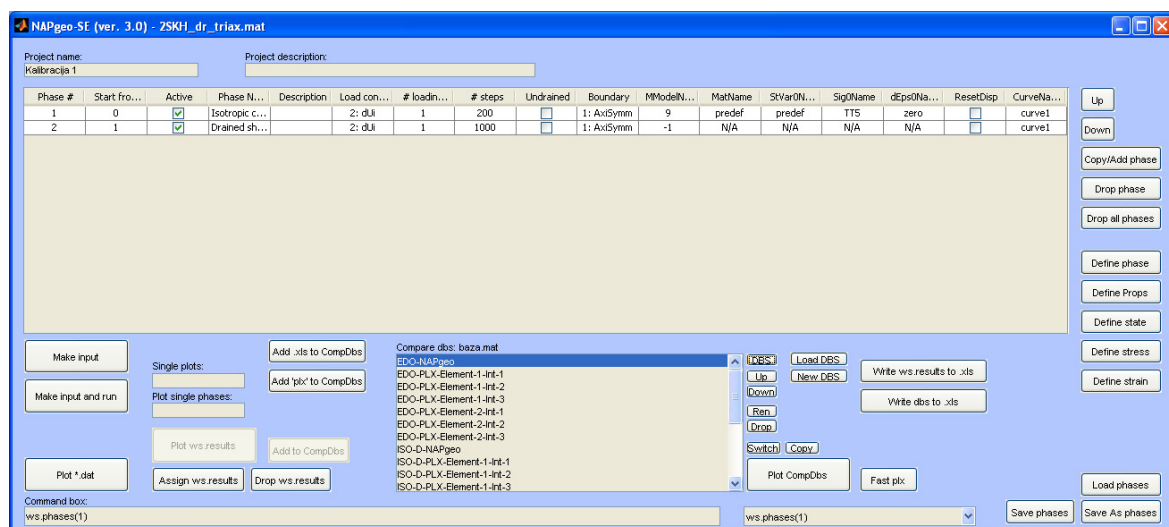
Proces pisanja programske kode kompleksnih konstitutivnih modelov je dolgotrajen. Pri tem verjetnost za tipkarske in drugačne napake ni majhna. Zato v procesu odkrivanja napak uporabljamo kontrolo kode s pomočjo izjemno zmogljivega programskega paketa AceGen/AceFEM (Korelc, 2002), ki avtomatsko izpelje, pretvori in optimizira zveze iz simbolne kode v programsko kodo. Osnovne enačbe napišemo v programu Mathematica v simbolni obliki, ki je veliko lažje berljiva od programske kode. Nato AceGen izpelje izraze in jih pretvori v programsko kodo v Fortranu ali C-ju. Na ta način se lahko na hiter in relativno enostaven način prepričamo o pravilnosti vnesenih vrstic preko izrednotenih vrednosti spremenljivk med potekom programa, kar je izjemnega pomena.

Trenutno so v NAPgeo implementirani naslednji konstitutivni modeli: linearni elastični, Mohr-Coulomb, modificirani Cam-Clay, osnovni Brick (Simpson, 1992), Brick\_S (Vukadin et al., 2005), Brick\_SA, 2SKH (Stallebrass, 1990; Grammatikopoulou, 2004), model mejne ploskve (Manzari in Dafalias, 1997). Ker ima vsak model svojo formulacijo, parametre in spremenljivke stanja, je ključna dobra organizacija shranjevanja in analize spremenljivk. Za to potrebujemo prilagodljivo razvojno orodje, kar je ena od glavnih funkcij NAPgea. Na tem mestu naj omenimo tudi pomembnost dobre dokumentiranosti kode.

## **ANALIZA IN GRAFIČNA PREDSTAVITEV REZULTATOV ZA GAUSSOVO TOČKO**

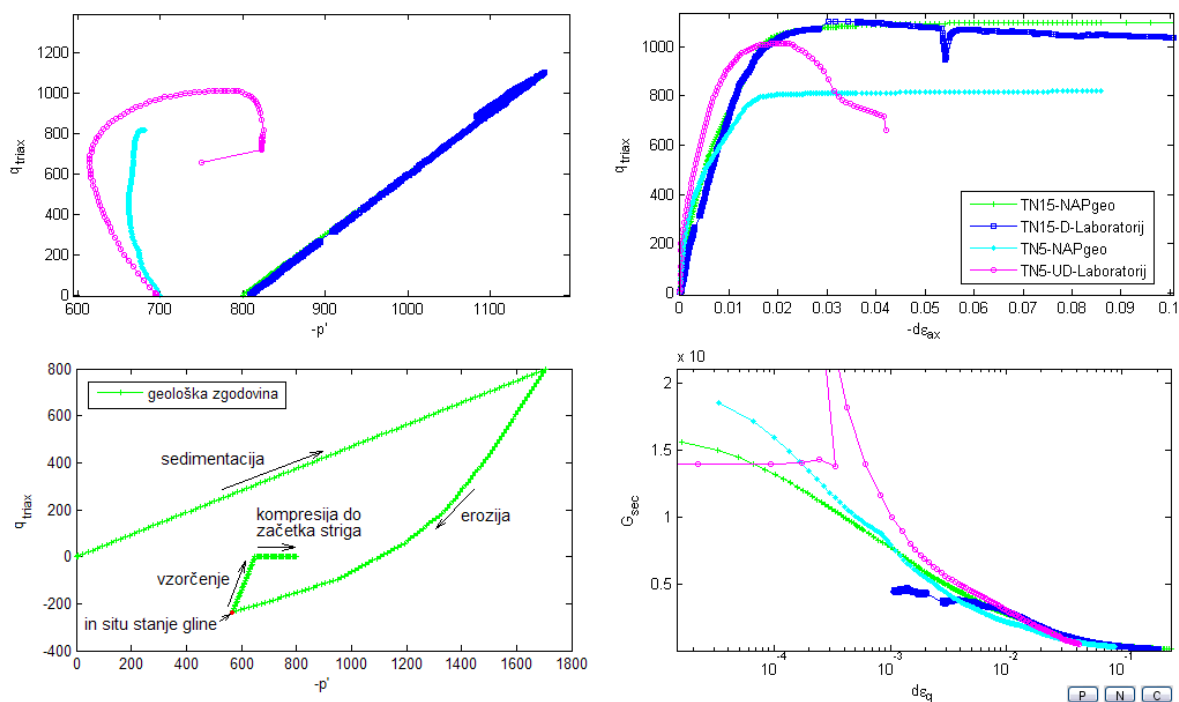
Po uspešni implementaciji modela in izgradnji strojne kode uporabnik zažene grafični pred- in po-procesorski modul. Tu definira posamezne obremenilne faze in njihovo sosledje. Izbira lahko med osno-simetričnim in ravninskim deformacijskim stanjem. Za posamezno fazo izbere način obremenjevanja (s pomočjo predpisovanja vzdolžnih pomikov/sil, oziroma posredno preko napetosti/deformacij). Predpiše lahko obremenjevanje s prirastki ali pa s ciljnim vrednostmi sil/pomikov/napetosti/deformacij. Na voljo je drenirana in nedrenirana analiza. Posamezno fazo je možno razdeliti v obremenilne pod intervale. Za vsak podinterval izberemo število obremenilnih korakov. Zaenkrat je vgrajena le možnost enakomernega drobljenja korakov. Prostostne stopnje končnega elementa lahko poljubno sproščamo, fiksiramo in tudi povežemo. Za vsako fazo izberemo vrednosti parametrov globalne iteracijske procedure (konvergenčni kriteriji, število iteracij), poleg tega lahko inicializiramo deformacije/pomike. Nato sledi izbira materialnega modela in parametrov ter začetnih vrednosti spremenljivk stanja modela, če gre za začetno fazo. Posamezne izbire parametrov in modelov je možno shraniti v bazo. V posamezni fazi lahko definiramo tudi začetne vrednosti napetosti in deformacij. Na Sl. 1 je prikazano osnovno okno grafičnega pred/po procesorja.

Ko so vse faze definirane, program napiše vhodno datoteko za kalkulacijski modul in zažene analizo. Pri tem uporabljamo en štirivozliščni ravninski končni element (linearna interpolacija pomikov) v osno-simetrični ali ravninski-deformacijski formulaciji. Ker je v elementu homogeno napetostno/deformacijsko stanje je uporaba takšnega elementa primerna. Sistem nelinearnih enačb program rešuje z modificirano ali polno Newton-Raphsonovo shemo. V vsaki iteraciji posameznega obtežnega koraka rešuje sistem linearnih enačb z direktno metodo, ki temelji na Gaussovi eliminaciji. Uspešnost posamezne iteracije kontrolira s konvergenčnima kriterijema evklidskih norm iterativnega prirastka vzdolžnih pomikov in rezidualov. Maksimalno število iteracij posameznega koraka je predpisano. Konvergenca izračuna posameznih faz se sproti izpisuje v konzolnem oknu.



Slika 1. Osnovno okno grafičnega pred/po procesorja NAPgeo.

Ko je analiza zaključena, rezultate analiziramo in shranimo v bazo, s pomočjo katere lahko primerjamo rezultate že izvedenih simulacij in laboratorijske rezultate. Podatke je mogoče uvoziti/izvoziti iz/v MS Excel. Za analizo rezultatov je na voljo grafično okolje, ki izriše različne zveze med napetostnimi in deformacijskimi spremenljivkami ter spremenljivkami stanja, kot so na primer:  $q - p'$ ,  $q - \varepsilon_q$ ,  $q - \varepsilon_{vol}$ ,  $e - \log p'$ ,  $\varepsilon_{vol} - \varepsilon_q$ ,  $u_w - \varepsilon_q$ ,  $G_{tan} - \varepsilon_q$ ,  $G_{sec} - \varepsilon_q$ , mobilizirana trdnost v deviatorski ravnini, spremenljivke stanja,...



Slika 2. Grafični izpis kalibracije modela Brick\_SA na rezultatih triosnih preiskav Pappadai gline.

Na Sl. 2 je za primer prikazan grafični izpis dela kalibracije modela Brick\_SA z dvema vzorcema triosne preiskave Pappadai gline. Graf levo-zgoraj prikazuje izmerjene in simulirane napetostne poti v ravnini  $q - p'$ , slika desno-zgoraj napetostno-deformacijske poti v ravnini  $q - \varepsilon_{ax}$  in slika desno-

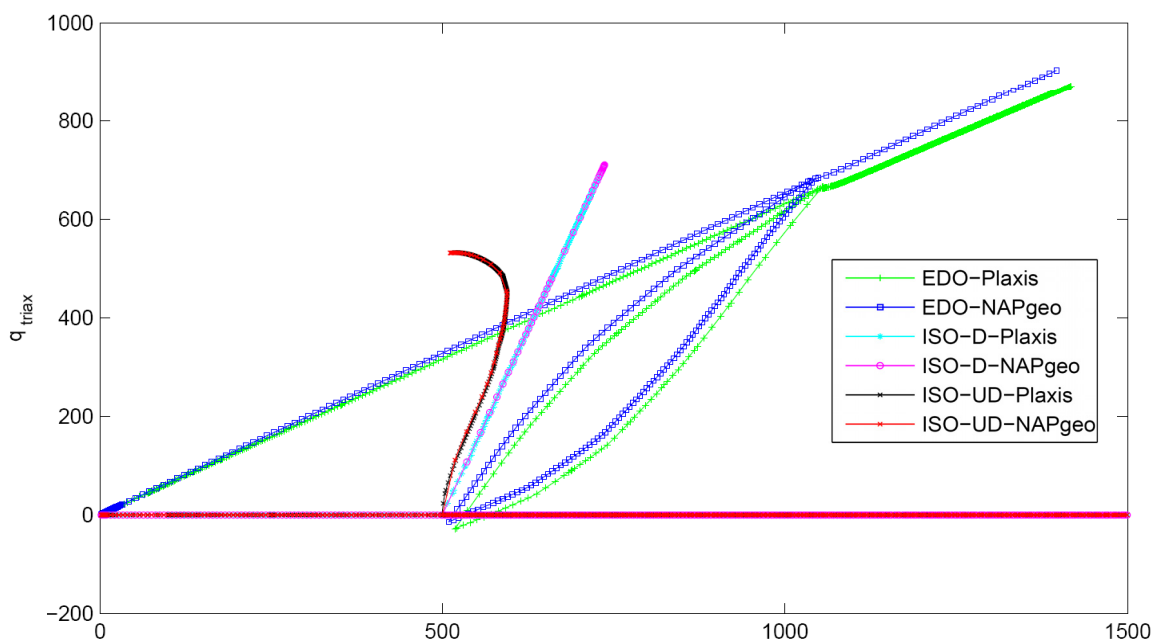
spodaj primerjavo med sekantnimi strižnimi togostmi. Graf levo-spodaj pa prikazuje simulacijo geološke zgodovine z dokaj zapleteno napetostno potjo (vzorec TN15). Nekateri konstitutivni modeli in prav tako rezultati zahtevnih laboratorijskih preiskav zahtevajo simulacije poljubnih napetostnih poti. Ena od prednosti orodja NAPgeo je tudi v zmožnosti izvedbe takšnih simulacij.

## PRENOS KONSTITUTIVNEGA MODELA V PLAXIS

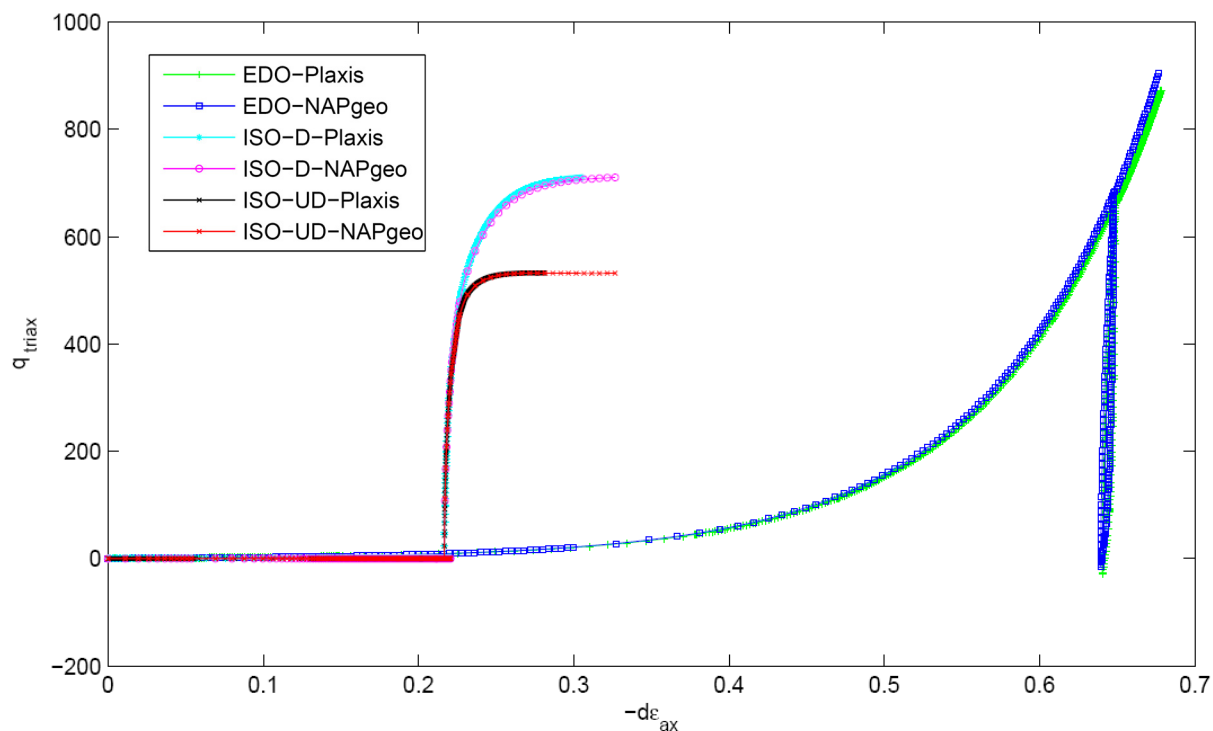
Ko je model uspešno implementiran v NAPgeo in preizkušen na nivoju enega končnega elementa, lahko izgradimo dinamično knjižnico za Plaxis. Na ta način model direktno, brez kakršnih koli prilagajanj kode, uporabimo za numerično analizo robnih problemov s končnimi elementi s poljubnimi robnimi pogoji in geometrijo. Vgrajeni konstitutivni model in izbor vrednosti pripadajočih parametrov so na voljo v Plaxisovih menijih. Zaradi boljše organizacije vnosa parametrov in zmanjšanja možnosti za napake v zadnjih modelih vrednosti parametrov ni potrebno prepisovati v Plaxis.

## PRIMER DELOVANJA KONSTITUTIVNEGA MODELA V PLAXISU

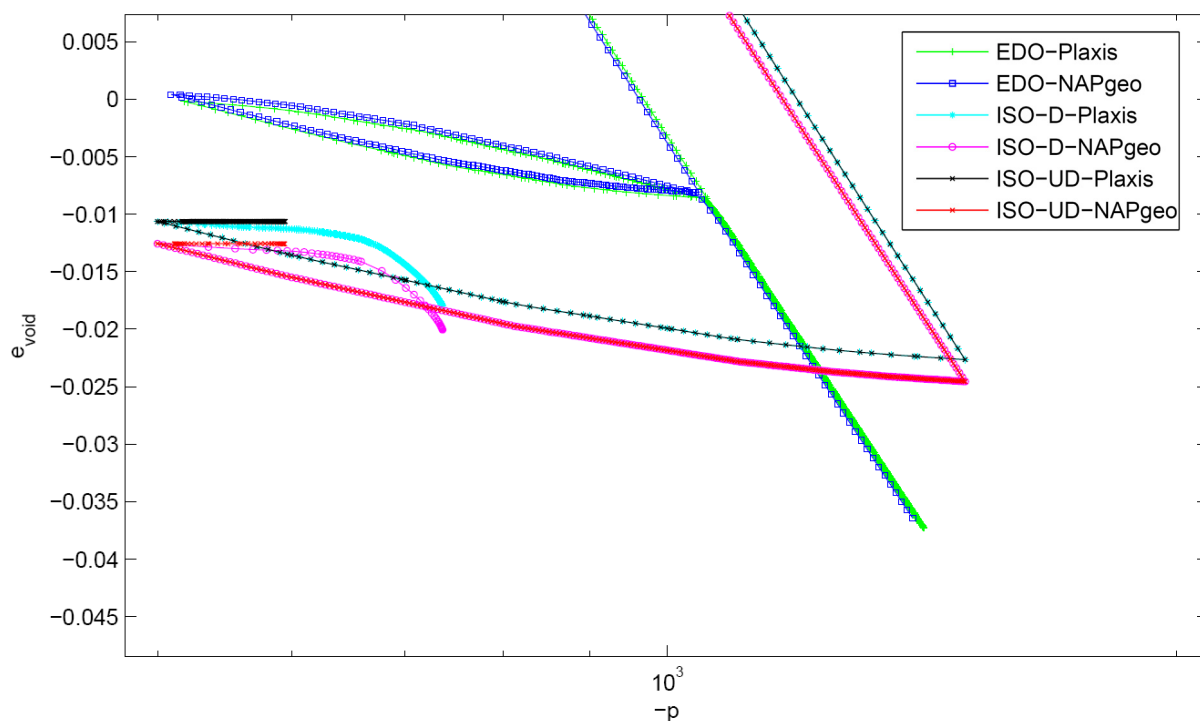
Delovanje na novo vgrajenega konstitutivnega modela v Plaxis lahko preizkusimo z zagonom simulacij z identičnimi robnimi pogoji kot v NAPgeu. Za ponazoritev smo izbrali konstitutivni model BRICK. Uporabljene so vrednosti parametrov iz Simpson (1992). Zagnali smo simulacijo edometriške preiskave (EDO) do efektivne vertikalne napetosti  $\sigma_{yy}' = -1500$  kPa, nato je sledila razbremenitev do  $\sigma_{yy}' = -500$  kPa in ponovna obremenitev do  $\sigma_{yy}' = -2000$  kPa. Poleg simulacije edometriške preiskave smo zagnali še simulaciji drenirane (ISO-D) in nedrenirane (ISO-UD) triosne strižne preiskave. Pred triosnima strižnima fazama smo material izotropno obremenili do napetosti  $\sigma_{xx}' = \sigma_{yy}' = \sigma_{zz}' = -1500$  kPa in nato izotropno razbremenili do  $\sigma_{xx}' = \sigma_{yy}' = \sigma_{zz}' = -500$  kPa. Drenirani/nedrenirani strig je bil izveden do porušitve materiala. Na Sl. 3 so prikazane vse napetostne poti v triosni ravnini napetostnih invariant  $q - p'$ , na Sl. 4 pa pripadajoči napetostno-deformacijski diagrami v ravnini  $q$  v odvisnosti od osne deformacije  $\varepsilon_{ax}$ . Odvisnost med količnikom por  $e$  in napetostjo  $p'$  je prikazana na Sl. 5.



Slika 3. Primerjava napetostnih poti simulacij triosnih in edometriških preiskav v Plaxisu in NAPgeu. Prikazana je triosna ravnina napetostnih invariant  $q - p'$ .



Slika 4. Primerjava napetostno-deformacijskih diagramov simulacij triosnih in edometriških preiskav v Plaxisu in NAPgeo. Prikazana je ravnina napetostne invariante  $q$  v odvisnosti od osne deformacije vzorca  $\varepsilon_{ax}$ .

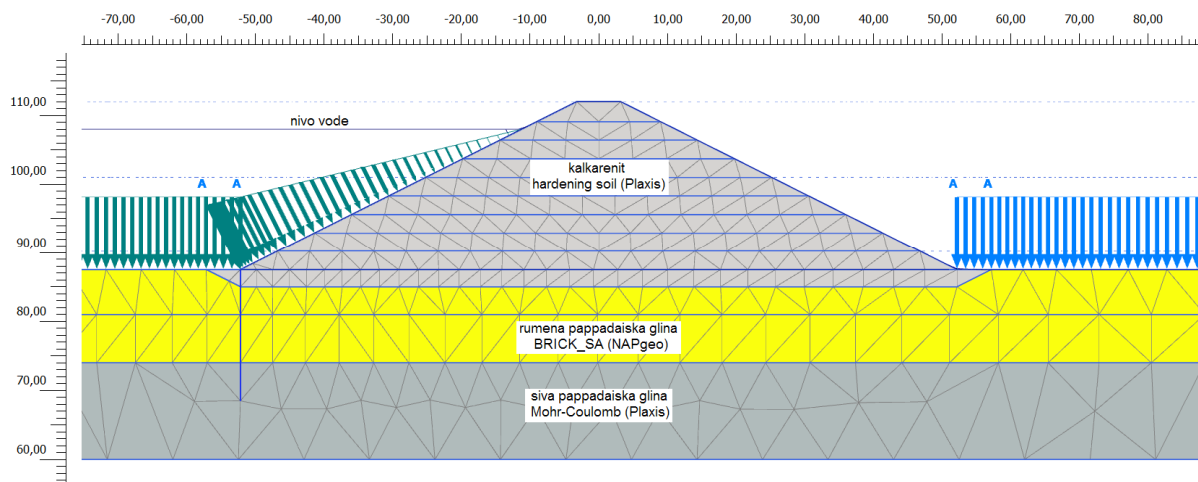


Slika 5. Primerjava diagramov simulacij triosnih in edometriških preiskav v Plaxisu in NAPgeo. Prikazana je ravnina količnika  $por$   $e$  v odvisnosti od napetostne invariante  $p'$ .

Na Sl. 3, 4 in 5 lahko vidimo, da prihaja do določenega odstopanja med simulacijami s Plaxisom in NAPgeom. Razlog za to je v nezmožnosti popolne kontrole nad nanašanjem obtežbe v Plaxisu. Program namreč ne omogoča poljubne izbire velikosti posameznih obtežnih korakov, kar je v smislu testiranja in uporabe kompleksnih nelinearnih konstitutivnih modelov precejšnja pomanjkljivost. Pri modelu Brick predstavlja težavo in vzrok za odstopanja tudi začetni nanos obtežbe, saj Plaxis ne omogoča obremenjevanja s prirastki obtežbe (vedno lahko predpišemo le totalno obtežbo). Brick zahteva, da simulacije napetostne zgodovine začnemo v izotropni kompresiji z majhnimi tlačnimi napetostmi, ki jih predpišemo v Gaussove točke. Zaradi tega Plaxis v prvem obtežnem koraku začne račun z obtežbo, ki ni v ravnotežju s predpisanimi vrednostmi v Gaussovih točkah. To povzroči oscilacije okoli ničnih napetosti, kar vpliva na nadaljnji odziv materiala (v našem primeru predvsem na simulacije edometrikske preiskave (Sl. 3)). Odstopanja na Sl. 5 so posledica različnega drobljenja obtežnih korakov med Plaxisom in NAPgeom. Vrednosti količnika por je potrebno interpretirati v relativnem smislu, saj pri modelu Brick začnemo s simulacijo napetostne zgodovine v konsistentnem stanju materiala, ki je približno na meji tečenja, za katerega smo v konkretnem primeru izbrali poljubno vrednost 0.9, kar nima nikakršnega vpliva na odziv modela. Na Sl. 3-5 so prikazane simulacije trivialnih napetostnih poti, medtem ko bolj kompleksnih poti, t.j. v poljubnih smereh in s spreminjanjem podpor med posameznimi fazami (primer Sl. 2), v Plaxisu ni mogoče simulirati.

### PRIMER UPORABE VGRAJENEGA MODELA ZA POLJUBNI ROBNÍ PROBLEM

Vgrajeni model lahko uporabimo v kombinaciji z že obstoječimi modeli v Plaxisu. Na Sl. 6 kot primer prikazujemo mrežo končnih elementov z izbiro pripadajočih konstitutivnih modelov. Gre za numerično napetostno-deformacijsko analizo nasutega jeza s podajnim vzvodnim zaslonom v južni Italiji (Lollino et al., 2005), ki je temeljen na Pappadai glini. Vidimo lahko, da sta uporabljena dva Plaxisova modela (hardening soil in Mohr-Coulomb) v kombinaciji z vgrajenim modelom BRICK\_SA iz NAPgea. Na ta način lahko uporabimo vse pred/ in poprocesorske zmogljivosti Plaxisa ter kalkulacijske module. Edina in ne zanemarljiva pomanjkljivost Plaxisa je v tem, da popolna kontrola in vpogled v potek analize nista mogoči zaradi zaprtosti oz. komercialne orientiranosti programa.



Slika 6. Primer mreže končnih elementov z obtežbami in uporabljenimi konstitutivnimi modeli pri analizi pappadajskega jeza.

### ZAKLJUČEK

V članku smo predstavili programsko orodje NAPgeo za razvoj in uporabo novih konstitutivnih modelov za numerične analize robnih problemov z metodo končnih elementov. Orodje omogoča implementacijo modela na nivoju ene integracijske točke v več programskih jezikih in z več pristopi. Omogočeno je poljubno obremenjevanje modela vzdolž napetostno/deformacijskih poti. Analiza in primerjava rezultatov sta preprosti in nazorni z možnostjo shranjevanja v baze podatkov. Prenos

modela v program za numerične analize s končnimi elementi (kot je Plaxis) je direkten, brez kakršnega koli prilagajanja kode. Na ta način lahko v analizah kombiniramo modele, ki jih ponuja komercialni program, z modeli, ki jih razvijamo. Do sedaj smo v NAPgeo vgradili različne modele, od relativno enostavnih do kompleksnejših. Cilj nadaljnjega razvoja NAPgea je v dodajanju novih modelov (formulacij, tipov končnih elementov in analiz) in celostni izboljšavi orodja, ki bo dodatno olajšalo in spodbudilo pravilno uporabo naprednih konstitutivnih modelov v geotehnični stroki.

## LITERATURA

- Grammatikopoulou, A. 2004. Development, implementation and application of kinematic hardening models for overconsolidated clays, Doktorska disertacija, Imperial College, University of London
- Korelc, J. 2002. Multi-language and multi-environment generation of nonlinear finite element codes, Eng. comput. 18(4), 312-327
- Lollino, P., Cotecchia, F., Zdravković, L., Potts, D.M. 2005. Numerical analysis and monitoring of Pappadai dam, Can. Geotech. J. 42, 1631-1643
- Manzari, M.T., Dafalias, Y.F. 1997. A critical state two-surface plasticity model for sands, Geotechnique, 47(2), 255-272
- Simpson, B. 1992. Retaining structures: displacement and design, Geotechnique 42, 539-576, 32nd Rankine Lecture
- Stallebrass, S.E. 1990. The effect of recent stress history on the deformation of overconsolidated soils, Doktorska disertacija, City University, UK
- Vukadin., V., Likar, J., Jovičić, V. 2005. Development of a conceptual material model for structured materials -S\_BRICK, Acta geotech. Slov. 2 (1), 32-43