

VPLIV SUPERPOZICIJE PRI LIMITNI ANALIZI ZEMELJSKIH PRITISKOV NA TOGE PODPORNE KONSTRUKCIJE

POVZETEK: V praksi je problem določitve zemeljskih pritiskov delujočih na toge podporne konstrukcije večinoma obravnavan z metodo superpozicije. V takšni analizi se različni vplivi upoštevajo posamično, hkrati pa niso upoštevani ostali vplivi. Rezultati teh analiz so v splošnem, za vsak posamezen vpliv, različne kritične porušne ploskve, ki pa se razlikujejo od porušne ploskve dobljene s hkratnim obravnavanjem vseh vplivov. Zemeljske pritiske v nekaterih primerih, s posamičnim obravnavanjem vplivov, celo ni možno določiti oziroma dajo analize nepravilne rezultate. V prispevku je na porušnem mehanizmu predstavljenim z logaritmično spiralo uporabljena limitna analiza. Prikazani so primeri in predlog rešitve zgoraj opisanih problemov.

THE INFLUENCE OF SUPERPOSITION ON LIMIT ANALYSIS OF EARTH PRESSURES DETERMINATION ACTING ON RIGID SUPPORTING STRUCTURES

SUMMARY: In practice, the problem of earth pressure determination is mostly considered using method of superposition. In such analysis different influences are considered individually, while other influences are neglected. The results of those analyses are generally different critical failure surfaces for each individual influence, which differ from the critical surface as a result of simultaneous consideration of all influences. The earth pressures cannot be even determined or analyses give us incorrect results when influences are considered individually. In paper the limit analysis is used on failure mechanism presented with log spiral. The examples are shown and proposal of the solution of aforementioned problems is given.

UVOD

V preteklosti so različni avtorji široko raziskovali določanje aktivnih in pasivnih zemeljskih pritiskov delujočih na toge podporne konstrukcije. Vrednosti zemeljskega pritiska so odvisne od geometrije in slojevitosti pred oziroma za zidom ter od vplivov lastne teže, dodatne obtežbe, kohezije, vodnih tlakov, potresnih vplivov itd.

Slednji vplivi se v praksi pri določevanju zemeljskih pritiskov delujočih na toge podporne konstrukcije mnogokrat obravnavajo z metodo superpozicije. V analizi so tako različni vplivi upoštevani posamično, pri tem pa so ostali vplivi enaki nič. Rezultat teh posamičnih analiz so v splošnem različne kritične porušitvene ploskve za različne vplive, ki pa se razlikujejo od porušitvene ploskve, če so vplivi obravnavani hkrati. Določevanje zemeljskih pritiskov v nekaterih primerih s posamičnim obravnavanjem vplivov včasih celo ni možno oziroma daje nepravilne rezultate. To se lahko zgodi, ko je naklon zaledja večji od kota notranjega trenja pri določitvi aktivnega zemeljskega pritiska, ali pa je naklon izkopne strani večji od kota notranjega trenja pri določitvi pasivnega zemeljskega odpora.

V prispevku so na izbranem porušitvenem mehanizmu z logaritmčno spiralo in uporabo limitne analize prikazani primeri določitve aktivnih in pasivnih zemeljskih pritiskov in predlog kako se izogniti zgoraj opisanim problemom.

METODA SUPERPOZICIJE

Če uporabimo analizo mejnega stanja z zgornjo mejo ter porušitveni mehanizem opisan z n neodvisnimi parametri, lahko izrazimo aktivno silo, ki deluje na togi zid z naslednjo enačbo [Chen (1975)]:

$$P_a = \max \left[\frac{\gamma l^2}{2} K_{ay}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) + ql \cdot K_{aq}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) - cl \cdot K_{ac}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \right] \quad (1a)$$

Podobno lahko izrazimo pasivno silo, ki deluje na togi zid z naslednjo enačbo:

$$P_p = \min \left[\frac{\gamma l^2}{2} K_{py}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) + ql \cdot K_{pq}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) + cl \cdot K_{pc}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \right] \quad (1b)$$

V zgornjih dveh enačbah so K_{ay} in K_{py} , K_{aq} in K_{pq} ter K_{ac} in K_{pc} koeficienti zemeljskih pritiskov, ki predstavljajo vplive teže zemljine, obtežbe na površini in kohezije. Mnogi avtorji so raziskovali zemeljski pritisk z uporabo naslednjih dveh približnih linearnih enačb, prvo za določitev aktivne, drugo pa za določitev pasivne sile delujoče na togi zid:

$$P_a = \frac{\gamma l^2}{2} \max[K_{ay}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)] + ql \cdot \max[K_{aq}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)] - cl \cdot \max[K_{ac}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)] \quad (2a)$$

$$P_p = \frac{\gamma l^2}{2} \min[K_{py}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)] + ql \cdot \min[K_{pq}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)] + cl \cdot \min[K_{pc}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)] \quad (2b)$$

Vrednosti prvih dveh izrazov v enačbah (2) predstavljata aktivno oz. pasivno silo, ki deluje na zid zaradi nekoherentne zemeljske mase in je obtežba na površini enaka nič. Druga izraza predstavljata aktivno oz. pasivno silo samo zaradi obtežbe na površini. Tretja izraza pa predstavljata aktivno oz. pasivno silo zemeljskega pritiska, ki deluje na zid, ko obravnavamo breztežno zemljino in je obtežba na površini enaka nič.

TEOREM ZGORNJE MEJE V LIMITNI ANALIZI

Teorem zgornje meje predpostavlja v limitni analizi idealno plastični model zemljine z asociativnim pravilom tečenja. Glasi se: spremembo disipacije energije v katerem koli dopustnem polju hitrosti

lahko izenačimo s spremembo dela, ki ga opravijo zunanje sile. S tem omogoča, da sklepamo o točni zgornji meji resnične mejne obtežbe [Drucker in drugi (1952), Chen (1975) ter Salençon (1990)]. Kinematično dopustno polje hitrosti je tisto, ki izpolnjuje kompatibilitetne pogoje, pravilo tečenja in robne pogoje hitrosti.

PORUŠITVENI MEHANIZEM

V predstavljenem prispevku sta obravnavani dva rotacijska porušitvena mehanizma z logaritmčno spiralo, eden za aktivno stanje in drugi za pasivno stanje. V obeh mehanizmih se območje, ki je omejeno z logaritmčno spiralo, zidom in linijo zaledne površine, vrti kot togo telo relativno glede na material pod logaritmčno porušno ploskvijo, imenovano tudi hitrostna diskontinuiteta. Vrti se okoli središča rotacije, ki je popolnoma definirano z dvema spremenljivkama θ_0 in θ_1 [Soubra in Macuh (2001)]. Geometrija zidu in zaledja je podana z dolžino zidu l (merjeno poševno), odklonom zidu λ ter naklon zaledne površine β . Zunanje sile, ki prispevajo k skupni spremembi zunanjega dela sestojijo iz teže gibajoče se mase, aktivne ali pasivne zemeljske sile (P_a ali P_p), adhezijske sile P_{ad} ($P_{ad}=c \cdot l \cdot \tan \delta \cdot \tan \phi$, kot δ predstavlja trenjski kot med zemljino in zidom) ter obtežbe na površini tal. Ker v zemljini v splošnem niso dopuščene plastične deformacije zemljine, se energija disipira le po površini hitrostne diskontinuitete. Spremembo disipacije energije na enoto dolžine te hitrostne diskontinuitete lahko izrazimo kot $\dot{D}=cV \cos \phi$ [Chen (1975)], kjer je V hitrost, ki tvori s hitrostno diskontinuiteto kot ϕ . Z izenačitvijo skupne spremembe zunanjega dela in skupne spremembe disipacije notranje energije opazimo, da je enačba dela za rotacijski mehanizem z logaritmčno spiralo identična enačbi ravnotežja momentov glede na središče logaritmčne spirale.

Primer za aktivno stanje

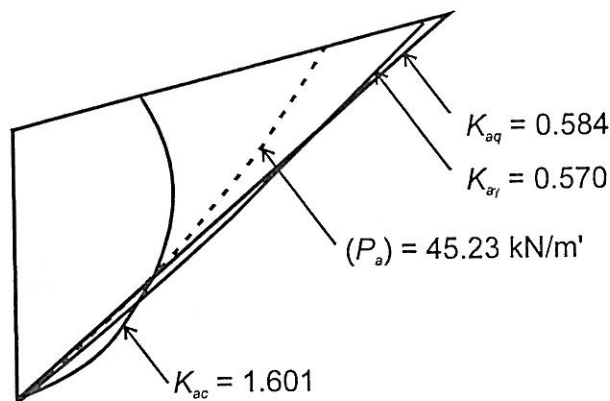
Obravnavali smo naslednjo konfiguracijo $\phi = 20^\circ$, $c = 5$ kPa, $\gamma = 20$ kN/m³, $q = 15$ kPa in $l = 3.0$ m. V tabeli 1 so predstavljeni rezultati določitve aktivne zemeljske sile dobljeni z uporabo metode superpozicije in s pristopom hkratnega upoštevanja vseh vplivov.

Tabela 1. Rezultati analiz za aktivno stanje zemeljskih pritiskov

$\phi=20^\circ$ $c=5$ kPa	K_{ay}		K_{aq}		K_{ac}		P_a [kN/m ²]	
	θ_0	θ_1	θ_0	θ_1	θ_0	θ_1	θ_0	θ_1
$\delta/\phi=0$	0.490		0.490		1.400		45.18	
$\lambda/\phi=0$	(0.490)		(0.490)		(1.400)		(45.18)	
$\beta/\phi=0$	35.0°	35.0°	35.0°	35.0°	35.0°	35.0°	(35.0°	35.0°)
$\delta/\phi=1$	0.436		0.427		1.478		36.29	
$\lambda/\phi=0$	(0.434)		(0.410)		(1.602)		(33.52)	
$\beta/\phi=0$	18.7°	47.2°	28.1°	28.1°	-4.8°	84.8°	(16.5°	45.5°)
$\delta/\phi=1$	0.570		0.584		1.601		53.57	
$\lambda/\phi=0$	(0.562)		(0.545)		(1.989)		(45.23)	
$\beta/\phi=2/3$	16.2°	24.4°	18.9°	19.0°	-2.5°	107.1°	(15.1°	37.7°)
$\delta/\phi=0$	0.572		0.609		1.072		62.81	
$\lambda/\phi=1$	(0.572)		(0.609)		(1.075)		(62.75)	
$\beta/\phi=0$	45.0°	45.0°	45.0°	45.0°	41.6°	50.4°	(45.0°	45.0°)

V tabeli 1 so podani rezultati analiz za aktivne zemeljske pritiske za različne odklone zidu, naklone zaledne površine in trenjske kote med zemljino in zidom. Vrednosti koeficientov zemeljskih pritiskov ter pripadajoči koti, ki določajo središče logaritmčne spirale, dobljene z metodo superpozicije so podane s številčkami, ki niso v oklepajih. Rezultati dobljeni s pristopom hkratnega upoštevanja vseh vplivov pa so podani v oklepajih. Vrednosti aktivnih sil so v primeru uporabe metode superpozicije na varni strani, vendar so za določene konfiguracije preveč konzervativne. V primeru, ko so $\delta/\phi=1$, $\lambda/\phi=0$ in $\beta/\phi=2/3$, nam daje vrednost za aktivno silo dodatno varnost $53.57/45.23=1.18$, če uporabimo princip globalne varnosti. Na sliki 1 so prikazane kritične porušne ploskve, ko je P_a določen s pristopom hkratnega upoštevanja vseh vplivov ter koeficienti K_a določeni z metodo superpozicije za $\delta/\phi=1$, $\lambda/\phi=0$ in $\beta/\phi=2/3$. Če obravnavamo konfiguracijo $\delta/\phi=1$, $\lambda/\phi=0$ in $\beta/\phi=1/6$ z enakimi ostalimi parametri, z metodo superpozicije ne moremo določiti K_{py} in K_{pq} , medtem, ko je $K_{pc}=1.668$ (ob njem sta $K_{py}=0.421$

in $K_{pq}=0.121$) ter $P_a = 18.30 \text{ kN/m'}$; pristop hkratnega upoštevanja vseh vplivov daje vrednost $P_a = 72.69 \text{ kN/m'}$ ($\theta_0=5.5^\circ$, $\theta_1=26.7^\circ$).



Slika 1. Kritične porušne ploskve za obravnavni primer aktivnega stanja zemeljskega pritiska, ko so $\delta/\phi=1$, $\lambda/\phi=0$ in $\beta/\phi=2/3$

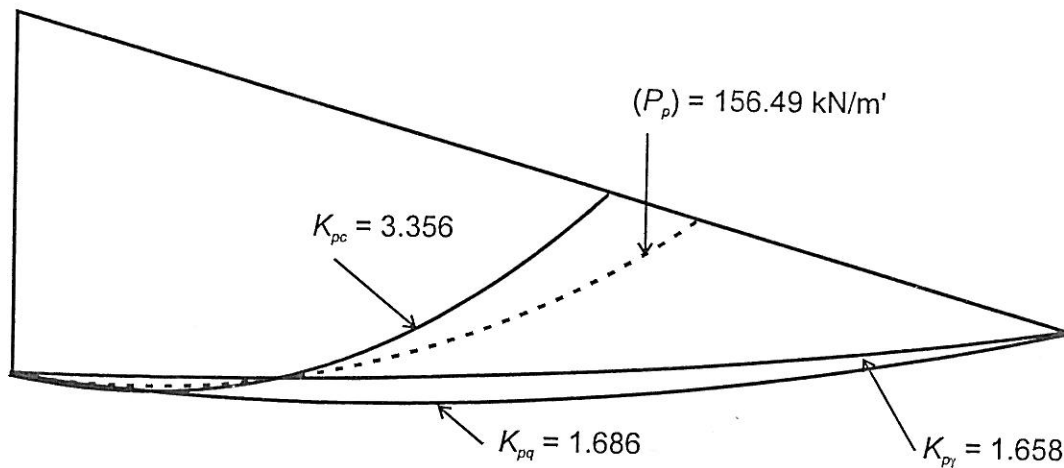
Primer za pasivno stanje

Obravnavali smo naslednjo konfiguracijo $\phi = 20^\circ$, $c = 15 \text{ kPa}$, $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$, $q = 15 \text{ kPa}$ in $l = 1.5 \text{ m}$. V tabeli 2 so predstavljeni rezultati določitve pasivne zemeljske sile dobljeni z uporabo metode superpozicije in s pristopom hkratnega upoštevanja vseh vplivov.

Tabela 2. Rezultati analiz za pasivno stanje zemeljskih pritiskov

$\phi=20^\circ$ $c=15 \text{ kPa}$	K_{py}		K_{pq}		K_{pc}		$P_p \text{ [kN/m']}$	
	θ_0	θ_1	θ_0	θ_1	θ_0	θ_1	θ_0	θ_1
$\delta/\phi=0$	2.040		1.879		2.766		150.41	
$\lambda/\phi=0$	(2.068)		(1.934)		(2.768)		(152.34)	
$\beta/\phi=0$	55.0°	55.0°	36.8°	88.6°	45.9°	66.7°	46.1°	68.2°
$\delta/\phi=1$	3.129		2.472		4.562		228.67	
$\lambda/\phi=0$	(3.190)		(2.523)		(4.582)		(231.63)	
$\beta/\phi=0$	21.2°	75.7°	4.1°	94.8°	8.9°	81.3°	45.9°	60.6°
$\delta/\phi=1$	1.658		1.686		3.356		150.75	
$\lambda/\phi=0$	(1.761)		(1.764)		(3.430)		(156.49)	
$\beta/\phi=-3/4$	18.3°	27.2°	13.0°	32.4°	7.1°	62.2°	11.0°	52.1°
$\delta/\phi=0$	1.544		1.572		1.766		109.85	
$\lambda/\phi=1$	(1.544)		(1.643)		(1.766)		(111.43)	
$\beta/\phi=0$	65.0°	65.0°	50.7°	100.4°	65.0°	65.0°	65.0°	65.0°

Rezultati za P_p dobljeni s pristopom hkratnega upoštevanja vseh vplivov in pripadajoči koeficienti K_p ter kota θ_0 in θ_1 so v tabeli 2 v oklepajih. Iz tabele 2 je razvidno, da se vrednosti koeficientov zemeljskih pritiskov K_{py} , K_{pq} in K_{pc} , kot tudi sile P_p ne veliko razlikujejo, pri čemer so rezultati dobljeni z metodo superpozicije zopet na varni strani. Na sliki 2 so prikazane kritične porušne ploskve, ko je P_p določen s pristopom hkratnega upoštevanja vseh vplivov ter koeficienti K_p določeni z metodo superpozicije za $\delta/\phi=1$, $\lambda/\phi=0$ in $\beta/\phi=-3/4$. V konkretnem primeru imamo dodaten faktor varnosti $156.49/150.75=1.04$. Za enako konfiguracijo, samo $\beta/\phi=-4/3$, z metodo superpozicije ne moremo določiti K_{py} in K_{pq} , medtem je $K_{pc}=1.51$ ($\theta_0=\theta_1=41.7^\circ$), če ne upoštevamo pogoja $\beta > -\phi$ ($P_p = 33.98 \text{ kN/m'}$); pristop hkratnega upoštevanja vseh vplivov daje vrednost 77.05 kN za P_p ($\theta_0=\theta_1=28.6^\circ$).



Slika 2. Kritične porušne ploskve za obravnavni primer aktivnega stanja zemeljskega pritiska (ko so $\delta/\phi=1$, $\lambda/\phi=0$ in $\beta/\phi=-3/4$)

ZAKLJUČEK

Zemeljski pritiski se v glavnem določajo z uporabo metode superpozicije. Predstavljeni primeri kažejo, da takšen pristop daje za posamezne vplive različne kritične porušne ploskve. S pristopom hkratnega upoštevanja vseh vplivov se izognemo težavam pri določitvi zemeljskih pritiskov, ko je zaledje večje od kota notranjega trenja pri aktivnem stanju zemeljskega pritiska oziroma je naklon zemljine pred zidom večji od kota notranjega trenja pri pasivnem stanju zemeljskega pritiska. Predlagamo, da se zato izraza (2) zapišeta v brezdimenzijski obliki ter pripravijo tabele in/ali diagrami za različne brezdimenzijske količnike $2q/(\gamma l)$ in $2c/(\gamma l)$:

$$\frac{2}{\gamma l^2} P_a = \max \left[K_{a\gamma}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) + \frac{2q}{\gamma l} \cdot K_{aq}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) - \frac{2c}{\gamma l} \cdot K_{ac}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \right] \quad (3a)$$

$$\frac{2}{\gamma l^2} P_p = \min \left[K_{p\gamma}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) + \frac{2q}{\gamma l} \cdot K_{pq}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) + \frac{2c}{\gamma l} \cdot K_{pc}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \right] \quad (3b)$$

LITERATURA

- Chen, W.F. (1975). Limit analysis and soil plasticity. Elsevier.
 Drucker, D.C., Greenberg, H.J. in Prager, W. (1952). Extended limit design theorems for continuous media. Q. Appl. Math.; Vol. 9. pp. 381-389.
 Salençon, J. (1990). An introduction to the yield design theory and its application to soil mechanics. Eur. J. Mech. Ser. A/Solids. Vol. 9. N°5. pp. 477-500.
 Soubra, A.H. in Macuh, B. (2001). Seismic Active and Passive Earth Pressures on Rigid Retaining Structures by a Kinematical Approach. 4th Int. Confer. on Recent Advances in Geot. Earth. Eng. and Soil Dynamics, Ed. Shamsheer Prakash. San Diego, California. 26-31 March 2001, Paper No.7.10, 6 strani.