

NOSILNOST PLITVIH TEMELJEV NA POBOČJIH

POVZETEK: V članku so predstavljeni rezultati raziskav mejnih nosilnosti pasovnih temeljev na pobočjih. Na osnovi kinematičnega modela potencialnih porušitev je izdelan posplošeni analitični model, ki omogoča določanje mejnih nosilnosti pasovnih temeljev na poljubno oblikovanih homogenih pobočjih. Vključena so pobočja različnih višin in nagibov, berme pred temelji ter različne globine ter nagibi pasovnih temeljev. Pri analizah globalne stabilnosti je upoštevan izpopolnjeni Prandtl-ov porušni mehanizem medtem, ko je za elasto-plastično analizo pogojev porušitev uporabljena metoda končnih elementov in Mohr-Coulombov elasto-plastični model zemljin. V zaključkih je prikazana primerjava dobljenih rezultatov z analitičnimi in numeričnimi rešitvami drugih avtorjev.

BEARING CAPACITY OF SHALLOW FOUNDATIONS ON SLOPES

SUMMARY: The paper presents the results of limit state analysis of the strip foundation adjacent to slope. A bearing capacity of the arbitrary shaped homogenous-sloped ground can be analysed using presented general model of the foundation. Limit states of global stability and stress-strain conditions of generalised slope are analysed in the paper. When calculating global stability adjusted Prandtl's failure mechanism is considered. While finite element method (FEM) using Mohr-Coulomb soil plasticity model is used for detailed stress-strain analysis. Results of presented method are compared with analytical and numerical solutions of other authors.

UVOD

V preteklosti so bile mejne obremenitve temeljev na pobočjih predmet raziskav mnogih avtorjev: Terzaghi (1943), Caquot and Kérisel (1953), Meyerhof (1963), Vesić (1973), Chen (1975), Saran in ostali (1989), Michalowski (1997) itd. Uporabnost rezultatov njihovih raziskav je v geotehnični praksi omejena predvsem zato, ker v izračunih ni mogoče upoštevati dejanske oblike pobočja ter seizmičnih in hidro-dinamičnih obremenitev.

Predloženi analitični model omogoča natančnejše upoštevanje vplivov globine temelja, zlasti berme pred njimi, višino pobočja in tudi hidro-dinamične obremenitve.

Poenostavitev numeričnih postopkov omogoča uporabljeni energijski pristop in posplošeni model pobočja, kjer so vsi geometrijski in geotehnični parametri pobočja upoštevani v posplošeni obliki. Nekateri primeri nosilnosti so za primerjavo rezultatov analizirani tudi po metodi končnih elementov.

ANALITIČNA REŠITEV

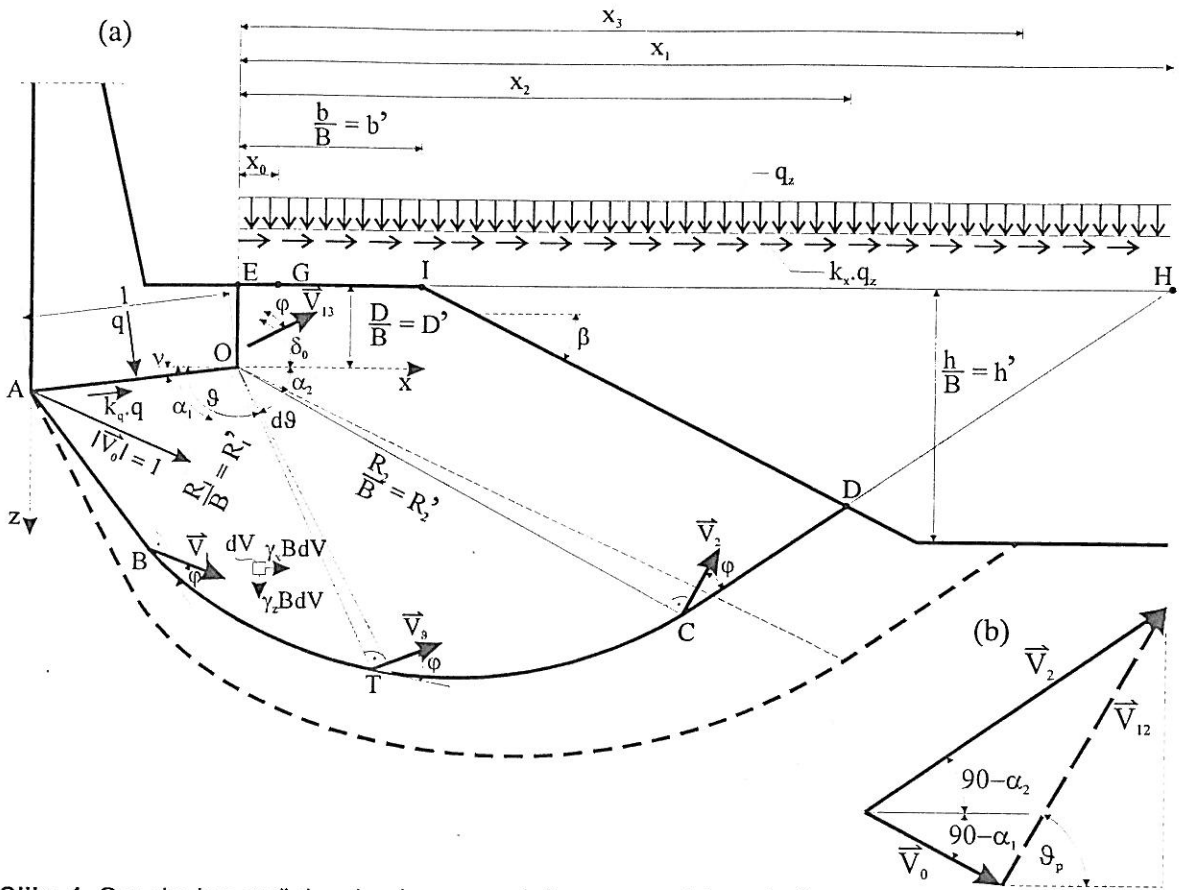
Osnovo za analitično rešitev nosilnosti temelja na poljubno oblikovanem homogenem pobočju predstavlja Prandtl-ov kinematični porušni mehanizem (slika 1). Ta je razširjen tako, da omogoča upoštevanje zmanjšanja proste deformacijske energije sistema vzdolž strižne ploskve OG, ki predstavlja vpliv relativnih premikov med bloki ABOGEO in CDGOC in strižne površine OD, ki prispeva k strižnemu odporu zaradi globine temeljenja (ta vpliva nista upoštevana pri originalnem Prandtl-ovem porušnem mehanizmu).

Rešitev mejne nosilnosti je podana z izenačenjem sprememb sproščene in absorbirane mehanske energije sistema na izbranih virtualnih premikih.

Kadar izberemo za začetni virtualni premik sistema vrednost $|V_0|=1$, lahko spremembo mehanske energije določimo (glej sliko 1):

$$\begin{aligned} \Delta W = & q(\cos(\alpha_1 - \nu) + k_q \sin(\alpha_1 - \nu)) + (V_1 + \Delta V_1) B(\gamma_x \sin \alpha_1 + \gamma_z \cos \alpha_1) + \\ & \int_{\vartheta=\alpha_1}^{\vartheta=\alpha_2} 0.5 R_1'^2 e^{3(\vartheta-\alpha_1)l_3 g \varphi} B(\gamma_x \sin \vartheta + \gamma_z \cos \vartheta) d\vartheta - (V_3 - \Delta V_3 + \Delta V_1) B e^{(\pi-\alpha_1-\alpha_2)l_3 g \varphi} (\gamma_z \cos \alpha_2 - \gamma_x \sin \alpha_2) - \\ & c l_1 \cos \varphi - 2c \int_{\vartheta=\alpha_1}^{\vartheta=\alpha_2} R_1' e^{2(\vartheta-\alpha_1)l_3 g \varphi} d\vartheta - c l_3 \cos \varphi e^{(\pi-\alpha_2-\alpha_1)l_3 g \varphi} - c l_{13} \cos \varphi V_{13} + x_0 q_z (\cos \alpha_1 + k_x \sin \alpha_1) + \\ & (x_{2,3} - x_0) q_z (\cos \alpha_2 - k_x \sin \alpha_2) \end{aligned} \quad (1)$$

kjer q , k_q , k_x in ν pomenijo enakomerno površinsko obremenitev pasovnega temelja, razmerje med normalno in strižno silo, ki delujeta na temelj, razmerje med horizontalno in vertikalno komponento površinskih obtežb pred temeljem in nagib temelja. V_1 in ΔV_1 oz. V_3 in ΔV_3 označujejo generalizirane prostornine prizmatičnih blokov ABO, OGE oz. OCHG in vpliv berme in nagiba pobočja. DH , l_1 , l_3 , l_{13} in $x_{2,3}$ označujejo dolžine ploskev AB, CD, OE in horizontalni razdalji x_2 oz. x_3 , ki pomenita dolžino potencialne porušitve za posamezni geometrijski primer. Porušni mehanizem je določen s kotoma α_1 in α_2 medtem, ko φ in c označujeta kot notranjega trenja in kohezijo analiziranega pobočja.



Slika 1. Oznake in porušni mehanizem posplošenega modela pobočja

Smer diskontinuitete OG določa vektorska vsota virtualnih premikov (slika 1b):

$$\operatorname{tg}(\vartheta_p) = \frac{\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 e^{\operatorname{tg} \varphi (\pi - \alpha_1 - \alpha_2)}}{-\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2 e^{\operatorname{tg} \varphi (\pi - \alpha_1 - \alpha_2)}} \quad (2)$$

$$\delta_0 = \vartheta_p + \varphi$$

$$\operatorname{tg} \delta_0 \geq D'/b' \Rightarrow x_0 = D'/\operatorname{tg} \delta_0$$

$$\operatorname{tg} \delta_0 \geq D'/b' \Rightarrow \Delta V_1 = 2D'^2 / \operatorname{tg} \delta_0 \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} \delta_0 \geq D'/b' \Rightarrow l_{13} = 2\sqrt{x_0^2 + D'^2}$$

$$\operatorname{tg} \delta_0 \leq D'/b' \Rightarrow x_0 = (D' + b' \operatorname{tg} \beta) / (\operatorname{tg} \delta_0 + \operatorname{tg} \beta)$$

$$\operatorname{tg} \delta_0 \geq D'/b' \Rightarrow \Delta V_1 = 0.5(x_0(D' + b' \operatorname{tg} \beta) - b'^2 \operatorname{tg} \beta) \quad (4)$$

$$\operatorname{tg} \delta_0 \geq D'/b' \Rightarrow l_{13} = x_0 / \cos \delta_0$$

$$x_1 = D' \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi) + R_2' (\sin \alpha_2 \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi) + \cos \alpha_2) \quad (5)$$

$$V_3 = 0.5x_1(D' + R_2' \sin \alpha_2) + 0.5D'R_2' \cos \alpha_2$$

$$x_3 = D' \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi) + R_2' (\sin \alpha_2 \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi) + \cos \alpha_2) - h' \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi) \quad (6)$$

$$x_3 \geq (b' + h' / \operatorname{tg} \beta) \quad (7)$$

$$\Delta V_3 = 0.5h'(x_1 + x_3 - 2b' - h' / \operatorname{tg} \beta)$$

$$l_3 = (x_3 - R_2' \cos \alpha_2) / \sin(\alpha_2 + \varphi)$$

$$|V_{13}| = \sqrt{1 + e^{2(\pi - \alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{tg} \varphi} + 2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) e^{(\pi - \alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{tg} \varphi}} \quad (8)$$

$$x_2 = \frac{D' + R_2' (\sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \operatorname{ctg}(\alpha_2 + \varphi)) + b' \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg}(\alpha_2 + \varphi) + \operatorname{tg} \beta}$$

$$x_2 \leq (b' + h' / \operatorname{tg} \beta)$$

$$\Delta V_3 = 0.5h'(x_1 - b')(x_2 - b') \operatorname{tg} \beta \quad (9)$$

$$l_3 = (x_3 - R_2' \cos \alpha_2) / \sin(\alpha_2 + \varphi)$$

$$x_2 \leq b'$$

$$\Delta V_3 = 0, \quad l_3 = (x_1 - R_2' \cos \alpha_2) / \sin(\alpha_2 + \varphi)$$

Kadar obremenitve pasovnega temelja dosežejo mejne vrednosti, doseže mehanska energija sistema svoj minimum ($\Delta W = 0$), ki je tudi pogoj za določitev mejne nosilnosti:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2c}{\gamma_z B} \right) &= \left(\frac{1}{\cos(\alpha_1 - \nu) + k_q \sin(\alpha_1 - \nu)} \right) (-2(V_1 + \Delta V_1)(k_y \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1) - (R_1')^2 / (1 + 9 \operatorname{tg}^2 \varphi) (e^{3(\pi - \alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{tg} \varphi} \\ & (3 \operatorname{tg} \varphi (k_y \sin \alpha_2 - \cos \alpha_2) + k_y \cos \alpha_2 + \sin \alpha_2) - k_y (3 \operatorname{tg} \varphi \sin \alpha_1 - \cos \alpha_1) - 3 \operatorname{tg} \varphi \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1) + \\ & 2(V_3 - \Delta V_3 + \Delta V_1) e^{(\pi - \alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{tg} \varphi} (\cos \alpha_2 - k_y \sin \alpha_2) - \left(\frac{2c}{\gamma_z B} \right) l_1 \cos \varphi + \left(\frac{2c}{\gamma_z B} \right) (R_1' / \operatorname{tg} \varphi) (e^{(\pi - \alpha_1 - \alpha_2) \operatorname{tg} \varphi} - 1) + \\ & \left(\frac{2c}{\gamma_z B} \right) l_3 \cos \varphi e^{(\alpha_2 - \alpha_1) \operatorname{tg} \varphi} + \left(\frac{2c}{\gamma_z B} \right) l_{13} \cos \varphi V_{13} + \left(\frac{2q_z}{\gamma_z B} \right) (x_0 (\cos \alpha_1 + k_x \sin \alpha_1) + (x_{23} - x_0) (\cos \alpha_2 - k_x \sin \alpha_2)) \end{aligned} \quad (10)$$

kjer k_y označuje razmerje med horizontalno in vertikalno komponento volumskih sil.

Mejno vrednost obremenitev pasovnega temelja določimo:

$$q_{\text{ult.}} = N \left(\frac{\gamma_z B}{2} \right) = N(k_q, k_x, \frac{2c}{\gamma_z B}, \frac{2q_z}{\gamma_z B}, k_y) 0.5B\gamma_z \quad (11)$$

Količnik mejne nosilnosti N je funkcija dveh neodvisnih spremenljivk α_1 in α_2 , ki podajata obliko kritičnega porušnega mehanizma.

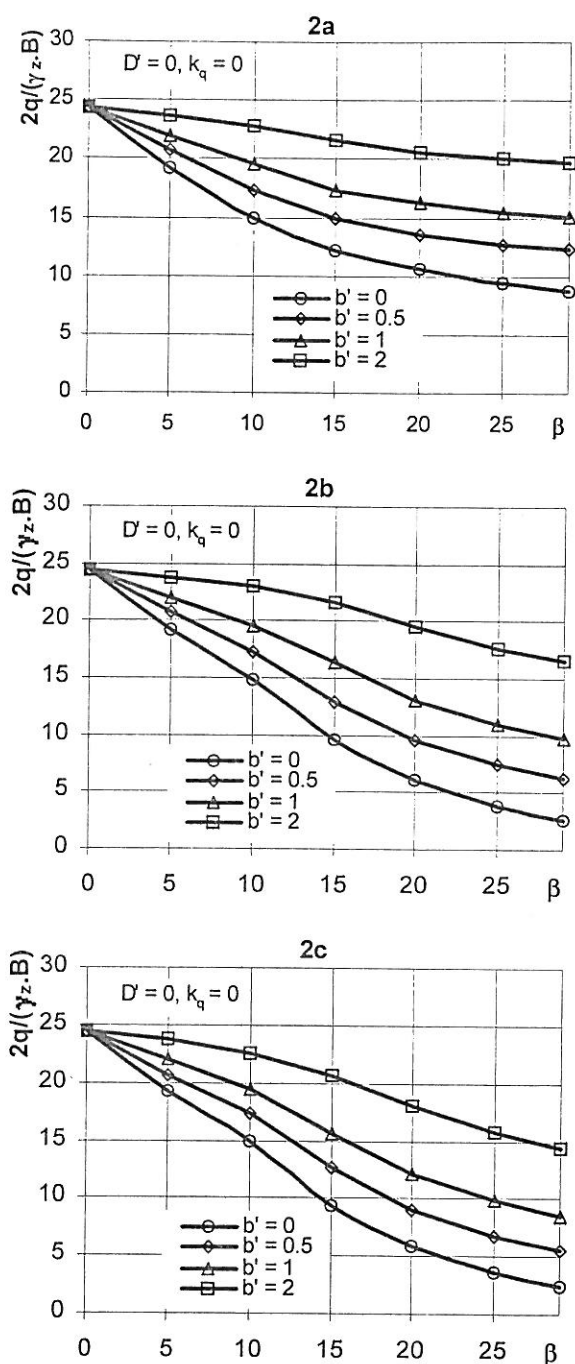
Mejna vrednost količnika nosilnosti N , je določena z naslednjima pogojeja:

$$\frac{\partial N(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_1} = 0 \quad \text{in} \quad \frac{\partial N(\alpha_1, \alpha_2)}{\partial \alpha_2} = 0 \quad (12)$$

PRIMERI ANALITIČNIH REŠITEV

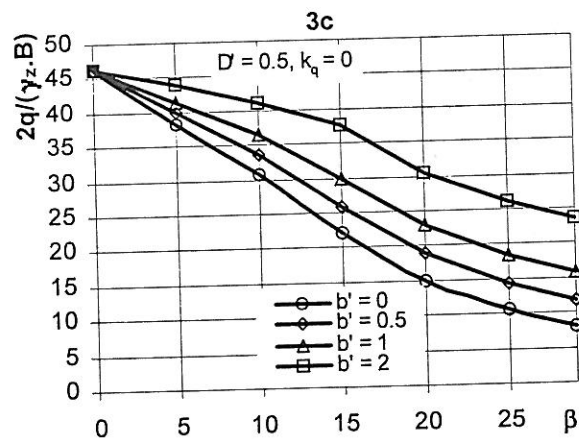
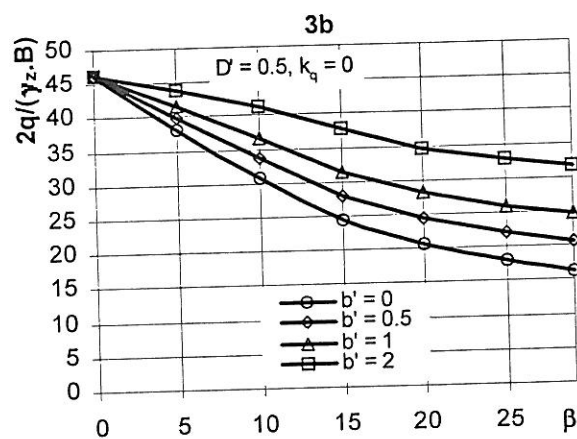
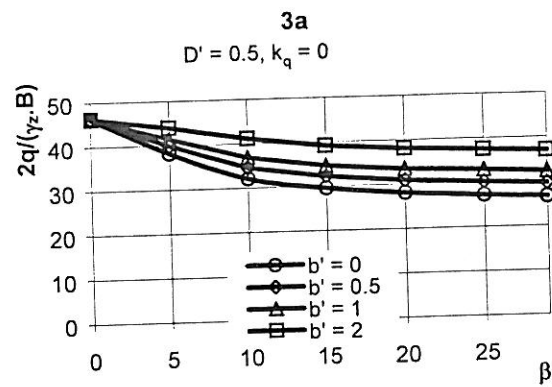
Predstavljeni postopek določanja mejnih obremenitev smo uporabili na primeru pasovnega temelja na homogenem pobočju. Upoštevani strižni karakteristiki tal sta kohezija $c = 0.0$ kPa in strižni kot $\varphi = 30^\circ$. Izračuni so opravljeni za različne geometrije in sicer za nagib pobočja β od 0 do 29° , višino pobočja h' od 0.25 do 2 , ter bermo širine b' od 0 do 2 .

Slika 2 prikazuje vpliv nagiba in višine pobočja na nosilnost tal za primer vertikalnih obremenitev in globino temeljenja $d'=0$.



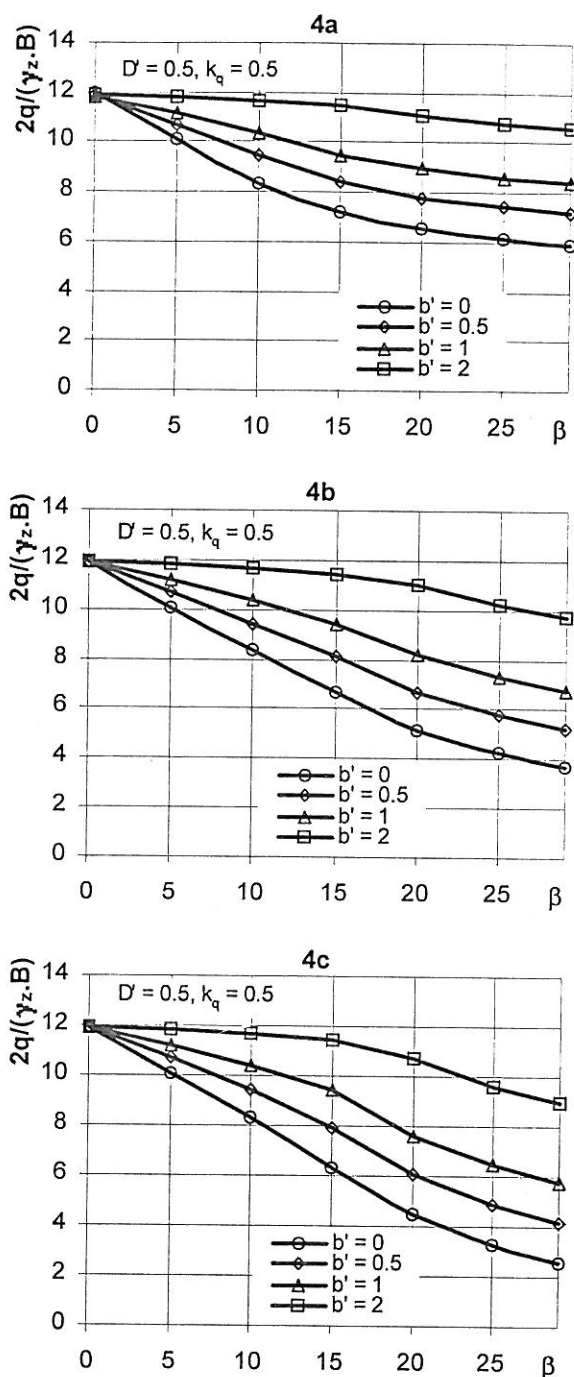
Slika 2. Vpliv nagiba in višine pobočja ter širine berme na nosilnost vertikalno obremenjenega pasovnega temelja za globino temeljenja $D'=0$; (2a) $h'=0.5$, (2b) $h'=1$ in (2c) $h'=2$

Na sliki 3 je prikazan vpliv nagiba in višine pobočja ter širine berme na nosilnost vertikalno obremenjenega pasovnega temelja za globino temeljenja $d'=0.5$.



Slika 3. Vpliv višine in nagiba pobočja ter širine berme na nosilnost vertikalno obremenjenega pasovnega temelja za globino temeljenja $D'=0.5$; (3a) $h'=0.5$, (3b) $h'=1$ in (3c) $h'=2$

Na sliki 4 je prikazan vpliv horizontalnih obremenitev na nosilnost za enake geometrijske pogoje kot so upoštevani za primere na sliki 3.



Slika 4. Vpliv višine in nagiba pobočja ter širine berme na nosilnost vertikalno in horizontalno obremenjenega pasovnega temelja $k_q=0.5$ in za globine $D'=0.5$; (4a) $h'=0.5$, (4b) $h'=1$ in (4c) $h'=2$

Rezultati analiz kažejo na prevladujoči vpliv širine berme na nosilnost temeljev predvsem pri večjih nagibih pobočij $\beta \geq \varphi/3$ in zlasti pri manjših globinah temeljenja.

Višina poševnega pobočja je za nosilnost temeljev pomembna le pri majhnih višinah $h' < 2$ medtem, ko je pri vseh večjih relativnih višinah njen vpliv na nosilnost za izbrani porušni mehanizem minimalen.

ELASTO-PLASTIČNE REŠITVE

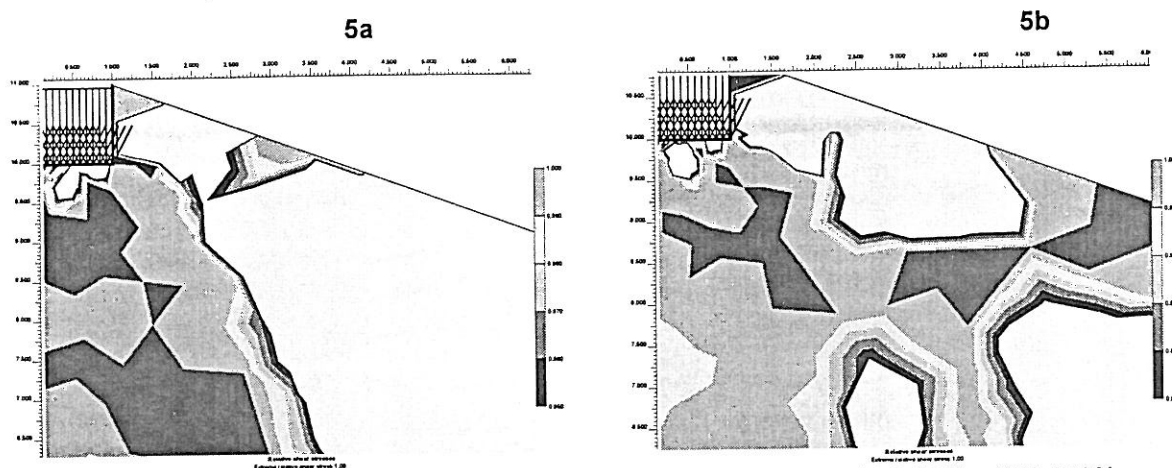
Na osnovi posplošenega geotehničnega modela lahko nosilnost pasovnih temeljev na pobočjih določamo tudi z metodo elasto-plastične analize. V analizah moramo upoštevati posplošene geometrijske podatke in posplošene geotehnične parametre zemljin na pobočju.

Za numerične analize je uporabljena metoda končnih elementov (MKE).

Pobočje je diskretizirano v končno število elementov, mejna nosilnost temeljev ob mejnem stanju tal pod njimi je določena po iteracijski metodi.

Mohr-Coulomb-ov elasto-plastični model z asociativnim pravilom tečenja je uporabljen za pobočne zemljine. V kontaktni površini med togim temeljem in tlemi so upoštevani kontaktni elementi.

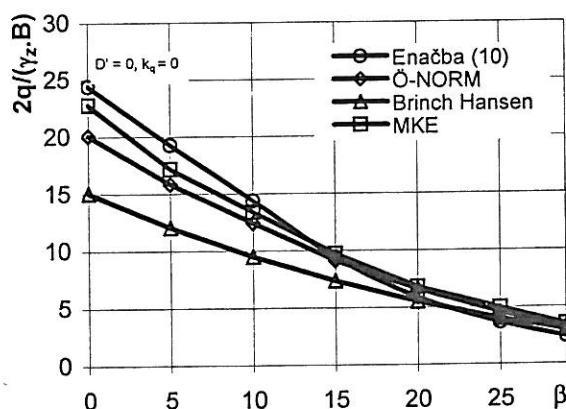
Na sliki 5 je prikazana oblika plastificiranega območja v pobočju pod temeljem za primera doseženih 66% in 100% mejnih obremenitev.



Slika 5. Izolinije varnostnih količnikov v pobočju pod temeljem (5a) 66%; (5b) 100% mejnih obremenitev

PRIMERJAVE REZULTATOV

Na sliki 6 so prikazani rezultati predstavljene posplošene analitične rešitve, rezultati analiz opravljenih po MKE, pripadajoči rezultati iz vrednotenih po Brinch-Hansenu (1970) in standardu Ö-NORM B 4435-2, ki temeljijo na rezultatih raziskav mnogih avtorjev kot so Brown in Meyerhof (1969), Graf in ostali (1985), Myslivec in Kysela (1968) ter Smoltczyk in Netzel (1982).



Slika 6. Primerjava rezultatov določanja nosilnosti pasovnega temelja na pobočju za primer $c = 0$, $\varphi = 30^\circ$, $D' = 0$, $h' = 2$, $b' = 0$ po različnih avtorjih.

Tabela 1 prikazuje primerjavo rezultatov predložene rešitve v obliki količnika nosilnosti N za primer vertikalno obremenjenega temelja $b'=1$, $D'=0$ in $h'=10$ s primerljivimi rezultati po viru Saran in drugi (1989).

Tabela 1. Primerjava rezultatov ($b/B=1$)

β	$\varphi = 40^\circ$		$\varphi = 35^\circ$	
	Saran	En. (10)	Saran	En. (10)
30°	60.1	24.3	34.0	14.5
20°	86.0	44.0	42.5	22.8
10°	125.3	91.1	55.2	40.9
0°	165.4	136.6	66.6	55.7
β	$\varphi = 30^\circ$		$\varphi = 25^\circ$	
	Saran	En. (10)	Saran	En. (10)
30°	19.0	8.2	10.3	4.6
20°	21.9	12.1	11.4	6.4
10°	25.9	19.5	12.3	9.6
0°	28.9	24.4	13.1	11.1
β	$\varphi = 20^\circ$		$\varphi = 15^\circ$	
	Saran	En. (10)	Saran	En. (10)
30°	5.5	2.3	0	0
20°	5.9	3.3	1.35	1.48
10°	6.1	4.7	2.74	2.26
0°	6.1	5.1	2.74	2.28

Tabela 2 prikazuje primerjavo rezultatov po izrazu (10) v obliki količnikov nosilnosti N z rezultati drugih avtorjev [vir Saran in drugi (1989)].

Tabela 3 predstavlja izračunane vrednosti dopustnih obremenitev tipičnih temeljev po različnih avtorjih [vir Saran in drugi (1989)].

Tabela 2. Primerjava vrednosti N po izrazu (10) in drugih rešitev

φ°	β°	b/B	D/B	Meyerhof	Mizuno	Shiva	Chen	Saran	En.(10)	MKE
40	30	0.0	0.0	20.0	17.0	-	19.5	25.37	5.47	7.82
40	30	1.0	0.0	40.0	-	-	-	62.20	28.61	34.76
40	20	0.0	0.0	34.0	44.0	-	55.0	53.47	24.21	29.64
40	20	1.0	0.0	55.0	-	-	-	85.98	44.29	50.96
40	20	2.0	0.0	70.0	-	-	-	121.22	62.89	76.62
40	20	0.0	1.0	125.0	-	-	-	168.00	88.04	104.68
30	30	0.0	0.0	3.1	-	-	-	6.14	2.39	3.46
30	20	0.0	0.0	7.5	8.0	8.0	10.0	11.61	5.52	6.80
30	15	0.0	0.0	10.0	11.0	11.0	12.0	15.25	9.42	9.71
30	15	0.0	0.68	30.0	-	-	-	32.20	39.76	35.92

Tabela 3. Primerjava mejnih obremenitev po izrazu (10) z rezultati Shiva Reddy (1975), Meyerhof (1957) in Sharan 1989

φ°	β°	b/B	D/B	Shiva Reddy (kPa)	Meyerhof (kPa)	Saran (kPa)	En. (10) (kPa)
30	30	1	1	-	64.80	86.8	59.66
30	15	0	0.681	53.80	48.00	62.0	54.58
30	15	0	0.308	32.16	27.71	38.7	33.72
30	30	0	0	8.16	5.05	9.5	4.39
40	20	0	1	-	203.80	268.9	160.08

ZAKLJUČEK

Rezultati analiz kažejo, da je vpliv nagiba pobočja pod temelji odločilen za mejno nosilnost temelja. V primerih horizontalnih obremenitev je lahko nosilnost tal na pobočjih z nagibi, ki se približujejo strižnemu kotu tal zelo majhna in v praksi mnogokrat onemogoča izvedbo podpornih konstrukcij na pobočjih.

Hkrati je dokazano, da lahko berme pred temelji na pobočjih bistveno prispevajo k povečanju nosilnosti. Njihov vpliv je zelo pomemben zlasti pri pasovnih temeljih majhnih širin.

Primerjave rezultatov kažejo na zelo veliko raztrosenost rezultatov, kar kaže, da so za posamezne nagibe pobočij kritični različni porušni mehanizmi.

Predlagani porušni mehanizem, daje kritične rezultate predvsem pri določanju nosilnosti temeljev na pobočjih z majhno začetno stabilnostjo in zato v praksi uporaben le za ocene nosilnosti zelo strmih pobočij.

Ocenjujemo, da v geotehnični praksi še vedno ne obstaja metoda določanja mejne nosilnosti, ki bi zagotavljala določanje minimalnih vrednosti za vse kritične kombinacije nagibov pobočij, karakteristik tal, oblik temeljev ter vseh možnosti različnih kombinacij vertikalnih, horizontalnih in momentnih obremenitev.

LITERATURA

- [1] Chen, W.F., (1975). *Limit Analysis and Soil Plasticity*, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam.
- [2] Gussmann, P., (1988). KEM in Geomechanics. *Numerical Method in Geomechanics*, Innsbruck 1988, pp. 823-828.
- [3] ÖNORM B 4435-2, (1999). *Erd- und Grundbau: Flächengründungen, Eurocode-nahe Berechnung der Tragfähigkeit. Österreichisches Normungsinstitut*
- [4] Saran, S., Sud, V.K., Handa, S.C., (1989). Bearing Capacity of Footings Adjacent to Slopes. *ASCE Journal of Geotechnical Eng.* 115: